

Juhász András

**A 2017. ÉVI
EMELT SZINTŰ FIZIKA ÉRETTSÉGI
VIZSGA
MÉRÉSI FELADATAI**

KÉZIRAT

TARTALOM

I. Bevezetés

II. Mérések

1. Súlymérés
2. A rugóra függesztett test rezgésidejének vizsgálata
3. Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása
4. Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával
5. A nehézségi gyorsulás értékének meghatározása „Audacity” számítógépes akusztikus mérőprogram segítségével
6. Pattogó pingponglabda mozgásának vizsgálata „Tracker” videoelemző program segítségével
7. A hang sebességének mérése állóhullámokkal
8. Szilárd test és folyadék sűrűségének meghatározása
9. Szilárd anyag (alumínium) fajlagos hőkapacitásának (fajhőjének) meghatározása
10. Kristályosodási hő mérése
11. Ekvipotenciális vonalak kimérése elektromos térben
12. Elektrolit elektromos ellenállásának vizsgálata
13. Zsebizzó ellenállásának mérése Wheatstone-híddal
14. Az áramforrás paramétereinek vizsgálata
15. Félvezető (termisztor) ellenállásának hőmérsékletfüggése, termisztoros hőmérő készítése
16. Hagyományos izzólámpa és energiatakarékos „kompakt” lámpa relatív fényteljesítményének összehasonlítása
17. A víz törésmutatójának meghatározása
18. A domború lencse fókusz távolságának meghatározása ún. Bessel-módszerrel
19. A fényelhajlás jelensége optikai rácson, a fény hullámhosszának meghatározása
20. Napelemcella vizsgálata

Bevezetés

A 2005-óta érvényben lévő érettségi vizsgarend szerint a fizika érettségi vizsga két szinten tehető le. *Középszinten* (a középiskola saját szervezésében), és *emelt szinten* a felkészítő középiskolától független vizsgaközpontokban. A vizsga mindkét esetben írásbeli és szóbeli részből áll. A szóbeli vizsga maga is összetett, egy elméleti tétel kifejtéséből és egy ettől független mérési feladat elvégzéséből és bemutatásából áll. A mérési feladatok publikusak, az Oktatási Hivatal honlapjáról letölthetők. A mérési feladatok évente részlegesen cserélődnek.

Kiadványunk a kísérleti feladatok megoldásához szeretne segítséget adni. A 20 mérés mindegyikével a kiadvány külön fejezete foglalkozik. Minden fejezet először a mérés nyilvános szakanyagát közli, majd a megoldást ismerteti. Itt a feladat jellegéből adódó különbségek adódnak. Vannak olyan mérések, ahol a megoldást a fizikai háttér összefoglalásával célszerű kezdeni, míg más esetekben azonnal rá lehet térni a mérési eredmények bemutatására és a diszkussziót követ. Kiadványunkban minden esetben közöljük az általunk elvégzett mérés eredményeit. A mérési adatok feldolgozását, az eredmények értelmezését úgy próbáljuk bemutatni, hogy az bárki által elvégezhető legyen. Ez utóbbi a magyarázata annak, hogy az eredmények grafikus ábrázolásához „kockás” füzetlapot használunk. Hasonló okból csak ritkán alkalmazunk számítógépes függvényillesztést is. A lineáris összefüggések vizsgálata egyszerű grafikus ábrázolással megoldható. Ha az adatok lineáristól eltérő függvénykapcsolatát kívánjuk igazolni, nehezebb dolgunk van. Ekkor az igazolandó függvényt az egyenlet átrendezésével, esetleg új változó bevezetésével linearizálni kell, majd ennek megfelelően kell ábrázolni a mérési adatokat. Ha a pontok ilyen ábrázolásban jól illeszkednek egyenesre, igazoltuk a feltételezett függvénykapcsolatot. Az esetek többségében a feladatban szereplő kérdésre (keresett mennyiségre) az egyenes paramétereinek leolvasása ad választ. A grafikus ábrázolás szemléletes képet ad méréseink pontosságáról is. Minél inkább illeszkednek pontjaink az egyenesre, annál megbízhatóbb az eredményünk. A mérések bemutatása során kevés a konkrét hibaszámolás. Ennek az oka az, hogy a szóbeli érettségin a felkészülésre és ezen belül a kísérletek elvégzésére nem áll rendelkezésre túl sok idő. Ha az elvileg kívánatos alapossgal foglalkozunk munkához, és minden mérést többször ismételnénk, átlagolnánk, stb. nem jutna idő a feladat lényegének megoldására. Ettől függetlenül természetesen jogos elvárás a fizikából emelt szinten érettségiző diáktól, hogy tisztában legyen a mérési hiba fogalmával, és azt rákérdezésre az adott mérési problémára aktualizálni tudja. A mérési hiba becslésénél az alapvető szabály az, hogy a felhasznált mérőműszer érzékenységét tekintjük a hiba meghatározójának.

A méréseket a jelölteknek a felkészülés korlátozott ideje kell elvégezni. Az egyes mérésekre rendelkezésre álló időtartam központilag meghatározott, ezeket a feladatlapon is feltüntetik. A felkészülési idő alatt a jelölt az elvégzett mérésről vázlatot készít, aminek alapján a kísérletről és a mérési eredményekről szabadelőadásban számol be a vizsgabizottság előtt. A beszámoló felépítéséhez, a helyszíni feladatlapon, kérdéseket, ajánlásokat kap a vizsgázó. Ennek az a célja, hogy ne maradjon ki semmi olyan lényeges rész a feleletből, ami az értékelés szempontjából fontos. Bár ezek a konkrét ajánlások nem publikusak, a vizsgára készülve számolni kell velük, így nem jelenthetnek meglepetést. A felkészülés során érdemes átgondolni, egy-két mondatban megfogalmazni a mérés tárgyát jelentő jelenségkör rövid összefoglalását, gyakorlati jelentőségének bemutatását. Fontos, hogy értelmezni tudjuk a feladatban szereplő fizikai mennyiségeket. A felelet része kell, hogy legyen a kísérleti összeállítás értelmezése (vázlat-rajz), a mérési munka ismertetése és az eredmények (táblázatok, grafikonok, számítások) bemutatása. Az eredmények bemutatásához kapcsolódhat a mérés pontosságának diszkutálása.

1. Súlymérés

Feladat:

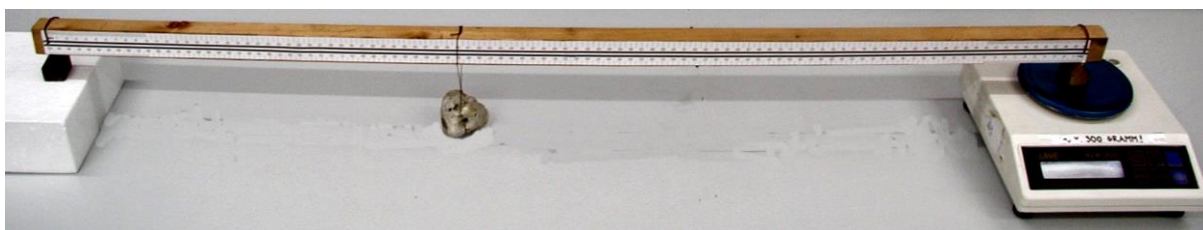
Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd legalább három különböző helyére, és mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól! Határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel egyensúlyban tartott végén! A mért hosszúság és erőadatokból határozza meg az ismeretlen test súlyát!

Szükséges eszközök:

Az 1 m hosszúságot kicsit meghaladó farúd, cm beosztású skálával (a rúd súlya a mérendő test súlyával összemérhető), mérleg (ajánlott a digitális asztali mérleg, de lehet levélmérleg vagy egyszerű rugós erőmérő is), akasztózsineggel ellátott, ismeretlen súlyú kődarab (a kő súlya kevéssel meghaladja a rendelkezésre álló mérleg/ erőmérő méréshatárát), méteres mérőszalag, támasztó ékek, (rugós erőmérő alkalmazása esetén Bunsen-állvány, zsinegek) Bunsen-állvány, támasztó ékek, zsinegek.

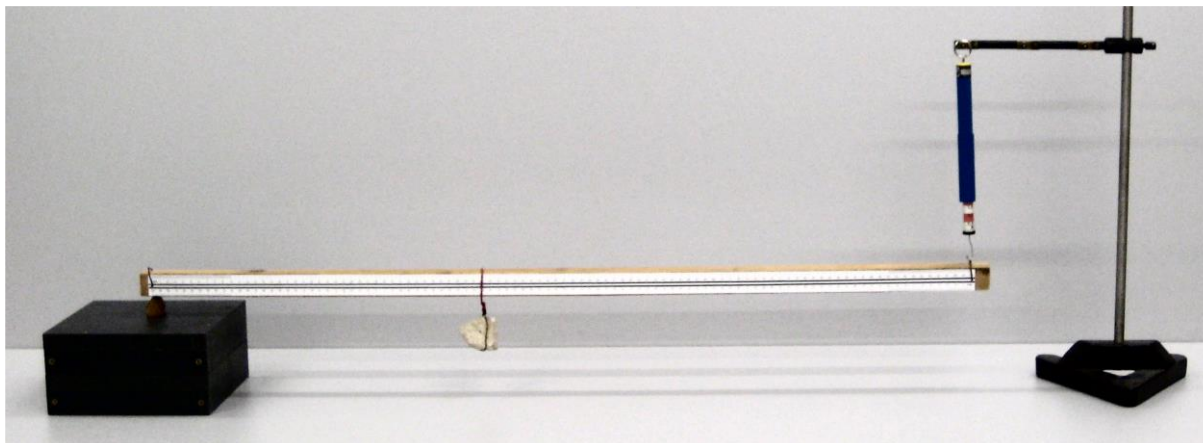
A kísérleti összeállítást két ajánlott változatát a fotók mutatják.

A.) változat:



A fa léce (a képen 2x3 cm keresztmetszetű és 1 métert valamivel meghaladó hosszúságú) vízszintes helyzetben feltámasztjuk. A rúd egyik vége digitális asztali mérlegre helyezett ékre, a másik egy azonos magasságú ékre támaszkodik. A két alátámasztási pont távolsága 1m. A léc oldalára előzőleg méteres papír mérőszalagot ragasztottunk. A mérendő súlyú kődarab a rákötött hurokkal akasztható a lécre.

B .) változat:



A centiméterskálával ellátott lécs egyik végét ékkel feltámasztjuk, a mérendő ködarab akasztó zsinagét a rúdra húzzuk, majd a rúd szabad végét – a feltámasztott végtől 1 m távolságban rugós erőmérőre akasztjuk. Az erőmérő megemelésével a rudat vízszintesig emeljük.

A mérés leírása:

Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd legalább néönbözö helyére, mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól, és határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel (erőmérővel) egyensúlyban tartott végén!

- Készítsen a mérésről az erőket feltüntető értelmező rajzot!

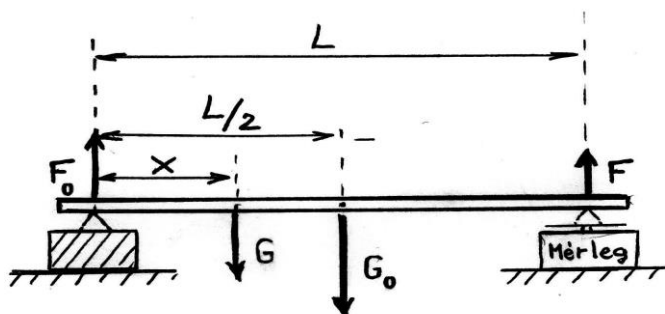
- A mért hosszúság- és erőadatokból határozza meg az ismeretlen test súlyát!

Megoldás

A mérés elvégzése előtt értelmezzük a feladatot!

A rúd vízszintes helyzetben egyensúlyban van, aminek feltétele, hogy a rá ható erők és forgatónyomatékok eredője zérus legyen.

A rúdra ható erőket, a támadási pontokba rajzolva az ábra mutatja. A Föld által a rúdra ható erő G_0 , az ismeretlen test súlya, amivel a függesztő zsinag terheli a rudat G , a mérleg nyomóereje a rúdra F (ezt olvasható le a mérleg kijelzőjén), a másik támasz által kifejtett erő F_0 .



A forgatónyomatékok felírásához válasszuk viszonyítási pontnak a mérleggel ellentétes alátámasztási pontot, és mérjük innen az erökhöz tartozó erökarok értékét! A mérleg által kifejtett tartóerö erökarja így L , rúd saját súlyához tartozó erökar értéke $L/2$, az ismeretlen G súlyú kő aktuális távolsága X .

A forgatónyomatékok egyensúlya a választott viszonyítási pontra:

$$G \cdot x + G_0 \cdot \frac{L}{2} - F \cdot L = 0$$

Innen G keresett értéke meghatározható.

Az A.) fotón látható összeállítással végzett mérés adatait az értéktáblázat mutatja.

X (m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9
F (N)	1,57	1,67	1,76	1,87	1,97	2,07	2,22	2,26	2,37

A mérés kiértékeléséhez a nyomatéki egyenletet célszerű a mért mennyiségek szerint rendezni.
(A mérés független változója x -nek értékét változtatjuk a súly helyzetével tetszés szerint-, a függő változó pedig a mérlegről leolvasható F)

$$F = \frac{G}{L} \cdot x + \frac{G_0}{2}$$

A mérési adatokat ábrázoljuk a felírt függvény szerint!

A pontok az F tengelyt metsző egyenesre illeszkednek.

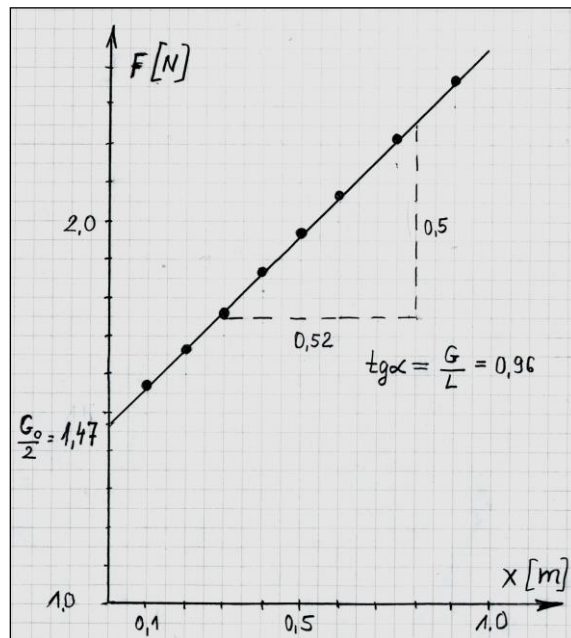
Olvassuk le a grafikon meredekségét

($\tan \alpha = 0,96$) és a $\frac{G}{L} = \tan \alpha$ egyenletből határozzuk meg G keresett értékét!

A bemutatott mérés esetén $G \approx 0,96 \text{ N}$.

A grafikon tengelymetszete a rúd súlyának felét adja .

A rúd súlya tehát: $G_0 = 2,94 \text{ N}$.



2. A rugóra függesztett test rezgésidejének vizsgálata

Feladat:

Igazolja mérésekkel a harmonikus rezgőmozgás periódusidejének az ismert rezgésidőképlettel megadott tömegfüggését!

Határozza meg a kiadott kódarab tömegét a közölt leírás szerint!

Szükséges eszközök:

Bunsen-állvány, -dió, a dióba befogott rúd a rugó rögzítéséhez, rugó, ismert tömegű egységekből álló tömegsorozat, ismeretlen tömegű kódarab akasztóval (tömege kisebb legyen, mint a teljes tömegsorozaté), stopper.

Megjegyzés:

Az állványra rögzített rugót készen kapja a vizsgáló. (A rugó felfüggesztési magasságával behatárolható, hogy a túlzott megnyúlás miatt a rugó ne károsodhasson)

A tömegsorozat legalább 4 tagból álljon.

A mérés leírása

A kísérleti összeállítást a fotó mutatja.

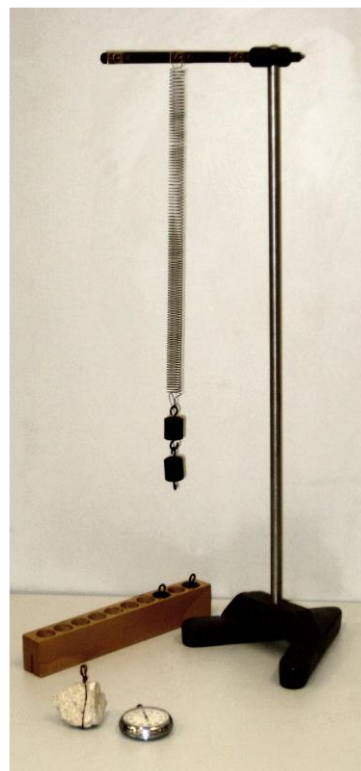
A rezgésidőképlet igazolására akasszon különböző nagyságú tömegeket a rugóra és mindegyik tömeg esetén mérje a rezgésidőt!

(A tömeg változtatásához egyforma egységekből álló tömegsorozatot érdemes használni. Az időmérés hibájának csökkentésére 10 rezgés idejét mérje, és ezt ossza 10-zel!)

A rezgésidőképlet szerint, egy adott rugó esetén, a rezgésidő a rezgő tömeg négyzetgyökével arányos :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{D}} \cdot \sqrt{m} .$$

- Végezze el a méréssorozatot!
- A mérési eredményeit foglalja táblázatba, majd grafikus ábrázolással igazolja a $T \propto \sqrt{m}$ arányosságot!
- Akassza az ismeretlen testet a rugóra és mérje meg a rezgésidőt! Az így mért rezgésidő és a az előzőleg kimért grafikon alapján határozza meg az ismeretlen kódarab tömegét!



Megoldás

A rezgésidő-képletből adódó $T \sim \sqrt{m}$ arányosság kísérleti igazolására a rugóra különböző, ismert nagyságú tömegeket akasztunk, és mindegyik tömeg esetén mérjük a rezgésidőt.

Az 50 g egységekből álló tömeg-sorozat és a fotón látható rugóval elvégzett mérések adatait az értéktáblázat mutatja.

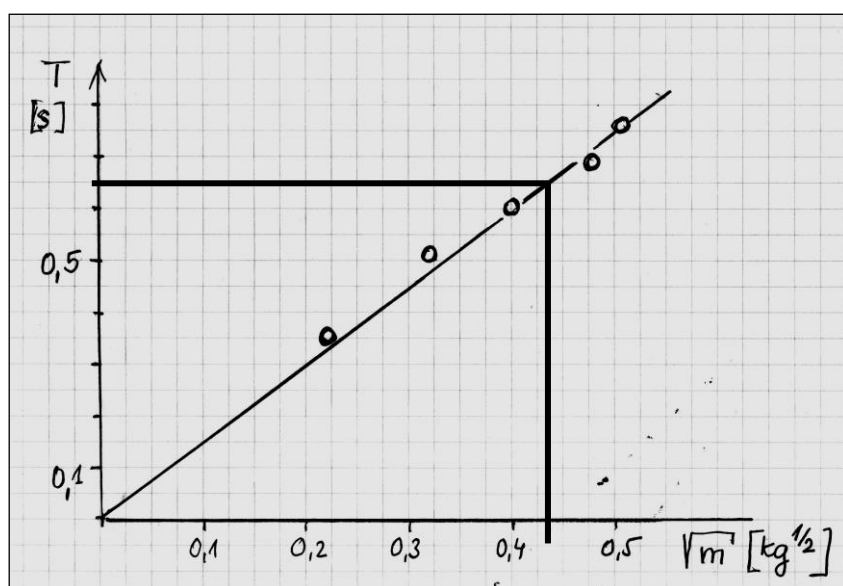
T (sec)	0,36	0,51	0,61	0,69	0,77
m (kg)	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
$\sqrt{m}$ (kg ^{1/2})	0,22	0,32	0,39	0,45	0,5

A mért T rezgésidő értékeket a tömegek négyzetgyökének függvényében ábrázolva, a pontok az origón átmenő egyenesre illeszkednek, a rezgésidő-képletből adódó arányosság tehát igazolt.

A kapott grafikon segítségével az ismeretlen kő tömege is meghatározható, ha a követ a rugóra akasztjuk és mérjük a rezgés idejét.

Próbamérésünk során a kő rezgésidője 0,65 sec-nak adódott. Az illesztett egyenes által e rezgésidőhöz tartozó $\sqrt{m} = 0,425$.

A kő tömege tehát: $m_{\text{kő}} = 0,65$ kg.



Megjegyzés:

A grafikon meredekségét ($\tan \alpha$) leolvasva kiszámíthatjuk a rugóállandó értékét is.

$$\tan \alpha = 1,5 = \frac{2\pi}{\sqrt{D}}, \quad \text{amiből} \quad D = \frac{4\pi^2}{\tan^2 \alpha} = 17,5 \text{ N/m}.$$

Az mérésünk során használt dugót jellemző direkciós állandó értéke 17,5 N/m.

3. Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása

Feladat:

Állapítsa meg méréssel és számolással egy lejtőn leguruló, gördülő csődarab forgási energiáját! Számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!

**Szükséges eszközök:**

Egy kb. 1-1,5 méter hosszú, nagyon kicsi emelkedésű lejtő; nagyméretű (kb. 8-10 cm átmérőjű), vékony falú fémcső néhány centiméteres darabja; mérőszalag; stopper; mérleg.

A mérés leírása:

Mérje meg a csődarab tömegét és sugarát! Győződjön meg arról, hogy a cső falvastagsága a sugarához viszonyítva nagyon kicsi! Az 1 méteren 2-3 cm-t emelkedő, kellően érdes felületű lejtőn gurítsa le kezdősebesség nélkül a csődarabot!

Mérje meg a legördülés idejét legalább ötször, majd a lejtő hosszának, magasságának és a mért időtartamoknak az ismeretében, a gördülési feltétel felhasználásával végezze el az alábbi számításokat!

Válaszoljon a kérdésekre!

- A mért adatok ismeretében határozza meg a cső haladó mozgásának energiáját a lejtő alján! - Az energiamegmaradás alapján határozza meg a cső forgási energiáját!
- A legördülési kísérletek eredménye alapján határozza meg a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!
- A csődarab tömege és geometriai adatai alapján számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!
- Határozza meg az utóbbi számítás esetén a tehetetlenségi nyomatéokra vonatkozó eredményének relatív hibáját! Milyen tényezők okozhatták a mérés pontatlanságát?

Megoldás

A lejtőn guruló cső mozgása összetett. Miközben szimmetriatengelye haladó mozgást (egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást) végez a lejtő hossza mentén, a cső palástja gyorsulva forog a szimmetriatengely körül. A kis hajlásszögű lejtőn a cső tisztán gördül, azaz a henger szimmetriatengelyének a lejtő-irányú sebessége (v_L) minden pillanatban megegyezik a szimmetriatengely körül forgó hengerpalást kerületi sebességével ($v_k = r \omega$). Ez annak eredménye, hogy a hengerpalást lejtővel érintkező vonala – a tapadási súrlódási erő hatására – nem csúszik a lejtő felületén. A tapadási súrlódási erő nem végez munkát (az erő irányában elmozdulás nincs) Mivel súrlódási energiavesztéség nincs alkalmazható a mechanikai energiamegmaradás tétele:

A lejtőn leguruló cső helyzeti energiájának a csökkenése (ΔE_h) megegyezik a lejtő menti haladó mozgásból nyert kinetikus energia (E_{kin}), és a szimmetriatengely körüliforgásból származó forgási energia (E_{forg}) összegével.

$$\Delta E_h = E_{kin} + E_{forg}$$

A kísérletben használt lejtőt a feladathoz mellékelt fotó szerint, bútorlapból készítettük el. A lejtő meredekségét úgy állítottuk be, hogy $L=1$ m lejtőhosszon az emelkedés magassága 1,5 cm legyen. A lejtőn guruló csőhengert 8 cm átmérőjű hengeres konzervdobozból készítettük, aminek alsó és felső körlapját kivágtuk. A lejtőn kijelöltük az 1 m távolságot, majd a csőhengert a felső jelzésre helyezve elengedtük. Stopperrel mértük azt az időtartamot, amíg a guruló henger az 1 m utat megtette a lejtőn.

Mérési adataink:

a gurított fémcső tömege: $m \approx 39,4 \text{ g} = 3,94 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
 (0,01 gramm érzékenységgű digitális labormérlegen mérve)
 a csőhenger átmérője: $2R \approx 8 \text{ cm}$ $R = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 (tolómérővel mérve)

(A henger átmérőjéhez képest a cső falvastagsága a feladatban leírtak szerint elhanyagolható)
 a gurítás lejtő menti hossza $L \approx 1 \text{ m}$
 a lejtő emelkedése 1 m hosszon $\Delta h \approx 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$
 az $L=1 \text{ m}$ út megtételének mért ideje:

ismételt mérések	1	2	3	4	5	átlagolt időtartam
(sec)	5,4	5,9	5,3	5,4	5,5	4,5

A csőhenger helyzeti energiájának csökkenése $L=1$ m lejtő menti mozgás során

$$\Delta E_h = mg\Delta h,$$

ahol m a cső tömegét, Δh a lejtő magasságának változását jelöli. Elvégzett kísérletünk esetén

$$\Delta E_h = mg\Delta h \approx 3,94 \cdot 10^{-2} \cdot 9,81 \cdot 0,015 \approx 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ J},$$

A lejtőn álló helyzetből induló cső haladó mozgásából származó kinetikus energia

$$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2,$$

ahol a haladó mozgás lejtő menti v végsebességét a kijelölt 1 m-nyi úthossz ($L=1$ m) mért idejéből számítjuk ki. A lejtőn álló helyzetből induló és tisztán gördülő henger egyenletesen gyorsulva haladó. Ha mérjük az L hosszúságú lejtőn a golyó mozgásának idejét, a mozgás gyorsulása, az $L = \frac{a}{2} t^2$ útképletből kifejezhető. A gyorsulás értéke: $a = \frac{2L}{t^2}$.

A végsebesség értéke a mért t időtartam végén

$$v = at \approx \frac{2L}{t} \approx \frac{2}{5,4} \approx 0,37 \text{ m/s}$$

A cső haladó mozgásának kinetikus energiája a lejtő alján

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2L}{t}\right)^2 \approx 2,7 \cdot 10^{-3} J.$$

A henger forgási energiájának kísérleti értékét az energiamegmaradás törvényét alkalmazva határozhatjuk meg, mint a kezdeti helyzeti energia és a végső kinetikus energia különbségét:

$$E_{forg} = \Delta E_h - E_{kin}$$

Kísérleti eredményünk szerint a cső forgási energiája:

$$E_{forg} = \Delta E_h - E_{kin} \approx (5,8 - 2,7) \cdot 10^{-3} \approx \mathbf{3,1 \cdot 10^{-3} J}$$

A kísérletben használt csőhenger tehetetlenségi nyomatékát meghatározhatjuk, a forgási energia tehetetlenségi nyomatékkal kifejezett tanult képletének ($E_{forg} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$), és a tiszta gördülés esetén a forgás ω szögsebessége és a haladó mozgás v sebessége közt fennálló ($v = R \omega$) összefüggés felhasználásával. Eszerint:

$$\Theta = 2E_{forg} \left(\frac{Rt}{2L} \right)^2 \approx 6,2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{0,04 \cdot 5,4}{2} \right)^2 \approx 0,72 \cdot 10^{-4} kgm^2$$

A cső tehetetlenségi nyomatékára méréseink alapján kapott eredmény összevethető a vékony falú, véglapok nélküli henger függvénytáblázatban megtalálható képletéből számított értékkel. A függvénytáblázatban található képlet szerint az m tömegű, R sugarú, elhanyagolható falvastagságú cső tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_{számított} = mR^2$.

Így számolva a mérésünkben használt cső tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_{számított} = mR^2 \approx 0,0394 \cdot (0,04)^2 \approx 0,63 \cdot 10^{-4} kgm^2.$$

A mért és az utóbb számított érték eltérése $\Delta \Theta = \Theta - \Theta_{szám} \approx 0,09 \cdot 10^{-4} kgm^2$. Mérés relatív hibája, a számított értéket referenciának tekintve

$$\frac{\Delta \Theta}{\Theta_{szám}} \approx \frac{0,09}{0,63} \approx 0,14$$

A hiba oka egyrészt a mérési pontatlanságokból (hosszúság- és időmérés) továbbá abból származhat, hogy a bútorlap-leitőn a tiszta gördülés feltétele nem biztos, hogy maradéktalanul teljesült. Ha például a forgás közben megcsúszások is előfordultak, akkor a súrlódási veszteség a kinetikus energiát csökkenti. Ha a számítást továbbra is a mechanikai energiamegmaradást feltételezve végezzük, a forgási energia értéke a valóságosnál nagyobbak adódik, ami a tehetetlenségi nyomaték értékében is látszólagos növekedést eredményez.

4. Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával

Feladat:

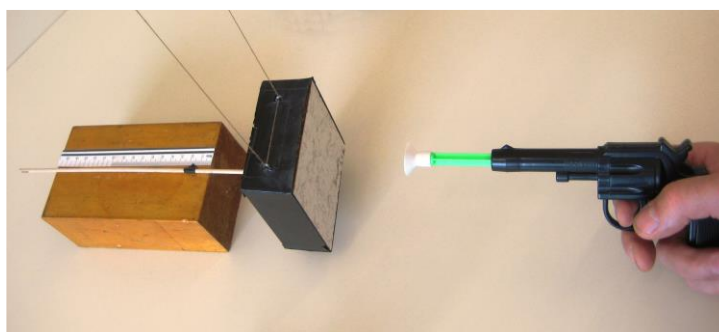
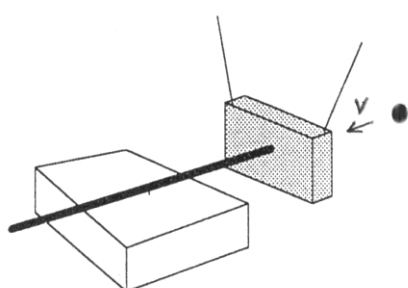
Ballisztikus inga segítségével határozza meg a játékpisztoly-lövedék sebességét! Ehhez mérje meg, hogy a lövést, majd a rugalmatlan ütközést követően mennyire lendül hátra az inga a rátapadt lövedékkel, és mekkora együttes lengésidejük!

Szükséges eszközök:

Tapadókorongos műanyag játék-pisztoly (a lövedék tömege adott), ismert tömegű, fényes felületű vastag bútorlapból készült inga, hosszú zsineggel bifilárisan állványra felfüggesztve, hurkapálca ráragasztott vékony szigetelőszalag csíkkal az elmozdulás méréséhez, megfelelő magasságú támasz (fahasáb), amin a hurkapálca akadálytalanul elcsúszhat, és amelyre mm-es beosztású papír mérőszalagot ragaszthatunk, stopper.

A mérés leírása:

A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.



A bifilárisan felfüggesztett inga mögé néhány cm távolságba rakja le a támaszt, és erre fektesse a hurkapálcát úgy, hogy az hátulról éppen érintse az ingatest középpontját. A játékpisztollyal előlről, az inga lapjára merőlegesen lőjön, a hasáb közepét (tömegközéppont) megcélozva. (A célzásakor a pisztolyt tartsa távolabb az ingától, mint a tapadókorongos lövedék szára!) Jó célzás esetén a tapadókorong megtapad az ingán, és az inga hátralendül anélkül, hogy közben billegne.

- *Mérje le, mennyire tolta hátra a kilendülő ingatest a hurkapálcát a támaszon! A mérést ismételje meg háromszor, az átlaggal számoljon a továbbiakban!*
- *Stopperrel mérje meg az inga 10 lengésének idejét (a rátapadt lövedékkel együtt) és határozza meg a lengésideőt!*
- *A lengésideő és a maximális kilendülés mért értékeinek felhasználásával határozza meg a harmonikus lengés maximális sebességét! (A csekély mértékben kilendülő inga mozgása harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető.)*
- *A rugalmatlan ütközésre érvényes lendületmegmaradás-törvényt felhasználva számítsa ki a tapadókorongos lövedék sebességét az ütközés előtt!*

Megoldás

A méréshez 4 cm vastagságú, 8,5 x 10 cm homlokfelületű bútorlapot függesztettünk fel ingaként, lemért tömege $M=229$ g. A játékpisztoly-lövedék tömege $m_{\text{lövedék}} = 3,9$ g.

A pisztolyból kilőtt tapadókorongos lövedék rátapadt az ingatestre és hátrafelé kilendítette azt. Három megismételt kísérletben mértük az inga kilendülésének vízszintes távolságát, a kilendülés átlagértéke $A=4,4$ cm.

Az ingát a rátapadt lövedékkel kitérítve mértük 10 lengés összidejét, amiből a lengésidőre $T=7,7$ sec adódott.

Az ingatest és a rátapadó lövedék ütközése rugalmatlan, az ütközés után a testek közös sebességgel mozognak tovább. Mivel az ütközés előtt az inga az egyensúlyi helyzetben nyugalomban volt, az ütközés utáni közös sebesség a lengés maximális sebessége. Az ingamozgás vízszintes vetületét harmonikus rezgéssel közelítve a maximális sebesség értéke

$$v_{\max} = A\omega,$$

ahol A a lengés amplitúdója (az inga maximális vízszintes kitérése, aminek értékét mértük), ω a lengés körfrekvenciája [$\omega = 2\pi/T$], ahol T az inga mért lengésidője.

Fentebb közölt mérési adataink felhasználásával az ütközés után hátralendülő inga és lövedék közös sebessége

$$v_{\max} = A\omega = \frac{2\pi A}{T} = \frac{6,28 \cdot 4,4}{7,7} = 3,59 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

A rugalmatlan ütközésre érvényes lendület-megmaradási törvény értelmében az ütköző testek ütközés előtti lendületösszege megegyezik az ütközés utáni lendülettel, azaz

$$v_{\text{lövedék}} \cdot m_{\text{lövedék}} = (M + m_{\text{lövedék}}) \cdot v_{\max}$$

Innen a lövedék ütközés előtti sebességét kifejezve

$$v_{\text{lövedék}} = \frac{(M + m_{\text{lövedék}}) \cdot v_{\max}}{m_{\text{lövedék}}} = 2,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5. A nehézségi gyorsulás értékének meghatározása „Audacity” számítógépes akusztikus mérőprogram segítségével

Feladat:

Mérje meg különböző magasságokból leeső acélgolyó esési idejét „Audacity” számítógépes mérőprogrammal! A magasságok és az esési idők alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!

Szükséges eszközök:

Nagyobb méretű acél csapágygolyó, állítható magasságú állvány, rajta vízszintesen elhelyezett, nem teljesen sima felületű kerámialap (padlólap), mérőszalag, számítógép beépített, vagy külső mikrofonnal, Audacity akusztikai mérőprogrammal (az internetről ingyenesen letölthető).

A mérés leírása:

A lemért magasságba beállított vízszintes kerámialapon gurítsa el a golyót úgy, hogy az a lapról a talajra essen! A kissé egyenetlen felületű kerámialapon a golyó jellegzetes hanggal gurul. Amikor a golyó a lap szélét elhagyva esni kezd, a hang megszűnik, végül a talajra leérkező golyó hangosan koppan.

- Készítsen hangfelvételt az Audacity program segítségével a golyó mozgását kísérő hangokról!

- A hangfelvétel grafikonján mérje meg a golyó eséséhez tartozó időszakaszt (a guruló golyó hangja és a koppanás közötti csendes tartományt) ezredmásodperces pontossággal! - A mérést ismételje meg legalább 4 különböző magasságból indítva a golyót!

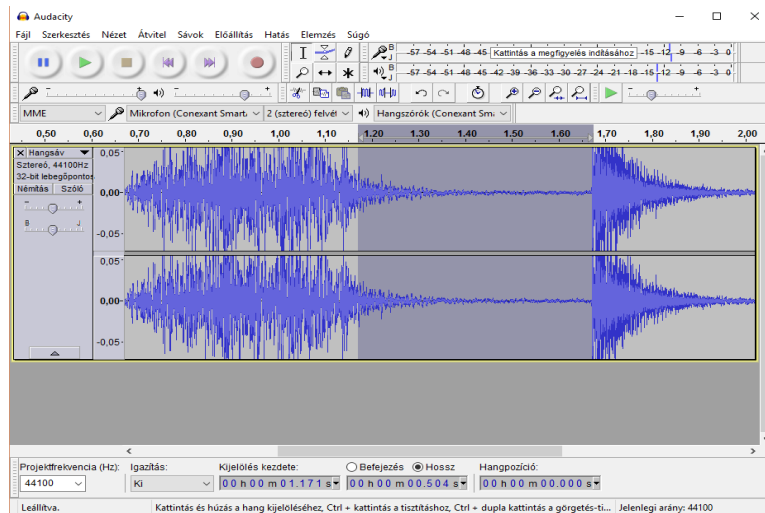
- A mért magasság- és időadatokat, illetve a mért időtartamok négyzetét foglalja táblázatba, majd ábrázolja az esési magasságot az esési idő négyzetének függvényében! A grafikon alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét! - Határozza meg a kapott eredmény relatív hibáját!

Megoldás

A méréshez a feladatban megadott eszközöket használtuk. Az acél csapágygolyót négy különböző magasságban elhelyezett vízszintes kerámia csempelapon gurítottuk el. A lapon a golyó gurulását jellegzetes hang kísérte, ami megszakadt, amikor a golyó a lap szélénél esni kezdett. A golyó talajra érkezését határozott koppanás jelezte. Audacity mérőprogram segítségével hangfelvételeken rögzítettünk a golyó elgurításától kezdve a földetérésig.

A számítógépes képernyőn a hangrezgések ezredmásodperces időfelbontásban rajzolódik ki.

A különböző magasságokból leeső golyó mozgásidejét, a hang megszakadásának hosszából lehet leolvasni. Az Audacity mérőprogram ernyőképét- 128 cm-nyi esési magasság esetén az ábra mutatja. A kurzor segítségével kijelölhető a hanggörbén a az a tartomány, aminek hosszát mérni kívánjuk. A mérés kritikus pontja az esési időtartam kijelölése. A golyó gurulását kísérő hangot a kerámialap rezgései keltik. Amikor a golyó elhagyja a lapot a rezgés lecsengve halkul el. Az esés kezdőpillanatának tehát a legutolsó intenzív maximumot követő lecsengés kezdetét kell tekinteni. A golyó földet érését jelző koppanás kezdőhangja már könnyen kijelölhető.



A minden beállított esési magasság esetén 3-3- mérést végeztünk és a mért időtartamok átlagát tekintettük mérési eredménynek.

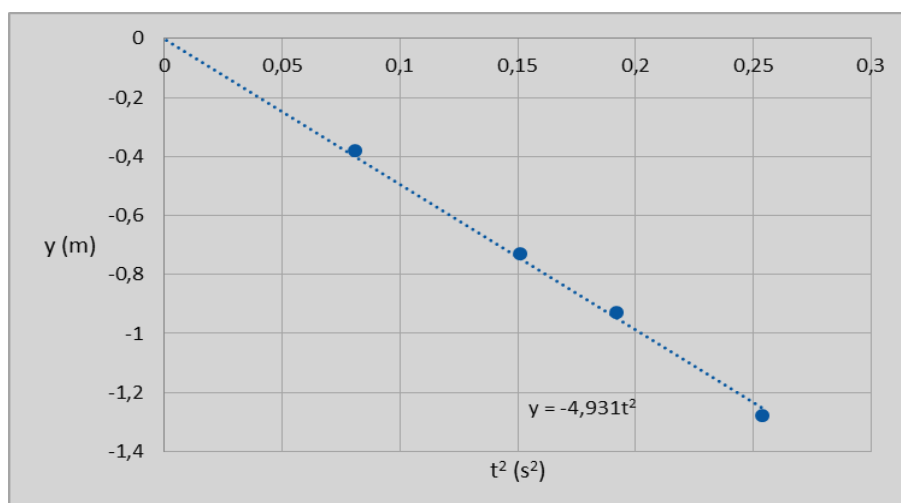
A táblázat a különböző esési magasságok esetén mért átlagos időadatokat mutatja.

esési magasság (m)	1,28	0,93	0,73	0,38
esési időtartam (s)	0,504	0,438	0,389	0,284
esési időtartam négyzete (s) ²	0,254	0,192	0,151	0,081

A golyó mozgása vízszintes hajtás, aminek függőleges összetevője a szabadesés. A szabadesés út-képletét ismerve, a mért magasság- és időadatokat segítségével meghatározhatjuk a nehézségi gyorsulás értékét. A mérési hiba csökkentésére grafikus kiértékelést alkalmazunk. A

szabadesés útképlete szerint $y = -\frac{g}{2}(t)^2$, azaz az esési idő négyzete arányos az esési

magassággal. Ha a különböző esési magasságokat az átlagos esési idő függvényében grafikusán ábrázoljuk, a pontoknak az origóból induló egyenesre kell illeszkedniük. A nehézségi gyorsulás a pontokra illesztett egyenes meredekség-értékének a fele. A táblázatba összefoglalt adatokból Excel programmal készített $y - t^2$ grafikont az ábra mutatja. A számítógépes programmal illesztett egyenes meredeksége $-4,931 \text{ m/s}^2$. A nehézségi gyorsulás mérésünkből adódó értéke: $9,862 \text{ m/s}^2$.



6. Pattogó pingponglabda mozgásának vizsgálata „Tracker” videoelemző program segítségével

Feladat:

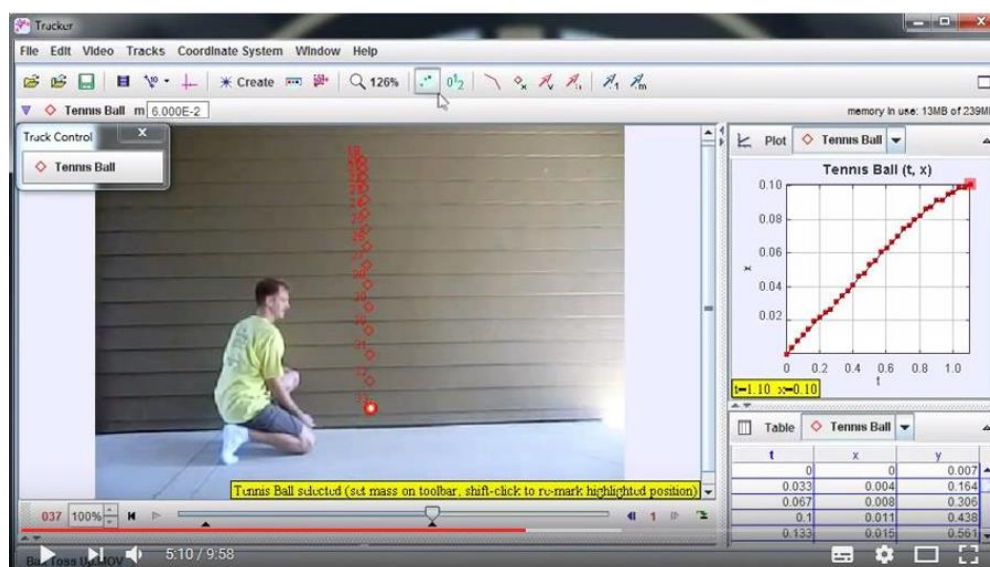
Készítsen videofelvételt egy kezdősebesség nélkül leejtett pingponglabda mozgásáról! Elemezze a labda mozgását Tracker videoelemző program segítségével!

Szükséges eszközök:

Pingponglabda; hosszúságetalon (pl.: hosszú vonalzó); esetleg erős lámpa; számítógép Tracker szoftverrel; kamera (videokamera, web-kamera vagy rövid filmfelvétel készítésére is alkalmas fényképezőgép).

A mérés leírása:

A pingponglabda pattogását rögzítse mozgóképen a kamera segítségével! A képbe helyezze be az ismert hosszúságú etalont a kamera irányára merőlegesen! Ügyeljen arra, hogy a pingponglabda pályája minél jobban kitöltse a képképet, és hogy a kamera vízszintesen nézzen a pattogó labdára! Célszerű a labdát erős fénnel megvilágítani és a kamerát állványon rögzíteni.



A filmen rögzített mozgást elemezze a Tracker program segítségével! A labdát a képkockákon tömegpontnak jelölve készítse el a programmal a mozgás magasság-idő, illetve függőleges sebesség-idő grafikonját! A grafikonok segítségével válaszoljon az alábbi kérdésekre!

Feladatok:

Készítsen videofelvételt egy kezdősebesség nélkül leejtett pingponglabda mozgásáról! Elemezze a labda mozgását Tracker videoelemző program segítségével!

- Adja meg az első öt lepattanás idejét, és ezen lepattanások esetén a leérkezés és a felfelé indulás sebességét!
- Milyen viszony fedezhető fel a leérkezések sebessége, illetve a hozzájuk tartozó visszapattanás sebessége között? Magyarázza meg ennek okát!
- Határozza meg az első öt lepattanás után azt a sebességet, amellyel felfelé indul a labda, illetve amellyel utána visszaérkezik a földre! Hasonlítsa össze és értelmezze az adatokat!
- Elemezze az esetleges mérési pontatlanságok okait!

Megjegyzések:

- Közvetlenül a talajra érkezés pillanata előtt és után fordulhat elő, hogy a labda képe a videón elmosódott, ekkor a legnagyobb a labda sebessége. A jelenség nem okoz túl nagy pontatlanságot, ha a felvételen a tömegpont helyének kiválasztásakor minden képkockán a folt geometriai középpontját jelöljük meg. A képbe helyezett hosszúságetalon segít abban, hogy a program a távolságokat helyesen mérje fel.
- Az ingyenes *Tracker* program jelenleg csak angol változatban tölthető le. Várhatóan 2017 januárjára elkészül a magyar nyelvű verzió is. Addig segítségül szolgálhat a felkészülésben az alábbi rövid magyar nyelvű leírás, mely a Tracker méréshez tartozó funkcióit mutatja be.
- *Rövid útmutató a Tracker program használatához:*
 1. Az elkészített videófájl beolvasása a File → Import → Video menüpontokkal lehetséges.
 2. A videóablakban a Create → Calibration Tools → Calibration Stick segítségével létrehozhatunk egy „vonalzót” a videó első képkockáján, amely segít a programnak a távolságokat meghatározni. A vonalzót jelölő szakasz végpontjait egérrel a videóban elhelyezett hosszúságetalonhoz igazítva és a szakasz mellett megjelenő számértékbe az etalon hosszát beírva pontos pozícióértékeket kaphatunk.
 3. Ugyancsak a videóablakban a Create → Calibration Tools → Offset Origin menüpontok segítségével egy origót helyezhetünk el a képen. A program a koordinátaértékeket ettől a ponttól fogja számolni. Az origót szintén egérrel a képen tetszőlegesen elhelyezhetjük. (Az origót, illetve a hosszúságetalon később is bármikor igazíthatjuk vagy átállíthatjuk, ilyenkor a már addig beolvasott pozícióadatok is megváltoznak.)
 4. A Create → Point Mass menüpont segítségével új tömegpontot hozhatunk létre. A tömegpont helyét a képen Shift + egérekattintással határozhatjuk meg, ilyenkor a labda pozíciója megjelenik a jobb oldali táblázatban adatként, illetve a jobb felső sarokban elhelyezkedő grafikonon. A program a kattintásra egy képkockával automatikusan lépteti a videót, így a Shift gombot lenyomva tartva és az egérrel ismételten a labda közepére kattintva végig rögzíthetjük a labda mozgásának pozícióadatait. Az első pont elhelyezése előtt a videóablak jobb alsó sarkában található kék nyíllal célszerű a videót ahhoz a képkockához előreléptetni, amelyik közvetlenül megelőzi a mozgás kezdetét.
 5. Az adatokat a program automatikusan megjeleníti a jobb oldalon látható grafikonon. A grafikon a jobb felső sarokban lévő nyíllal nagyíthatjuk. Alapértelmezésben az $x(t)$ grafikon jelenik meg, de a tengelyeken elhelyezett felíratra kattintva kiválaszthatjuk az azon a tengelyen ábrázolt adatot, így az $y(t)$, illetve $v_y(t)$ grafikon szintén azonnal megkapható

Megoldás

A kísérlet és a videofelvétel elkészítése

Fehér pingponglabdát, kb. 50 cm magasságból kézből ejtettük le fa asztallapra. A függőlegesen leeső labda az asztallappal ütközve visszapattan, de emelkedési magassága nem éri el az eredeti ejtési magasságot. Ismét leesik, ütközik, felpattan és így ismétlődik egyre kisebb pattanási magasságokkal, míg végül a labda az asztalon nyugalomba kerül.

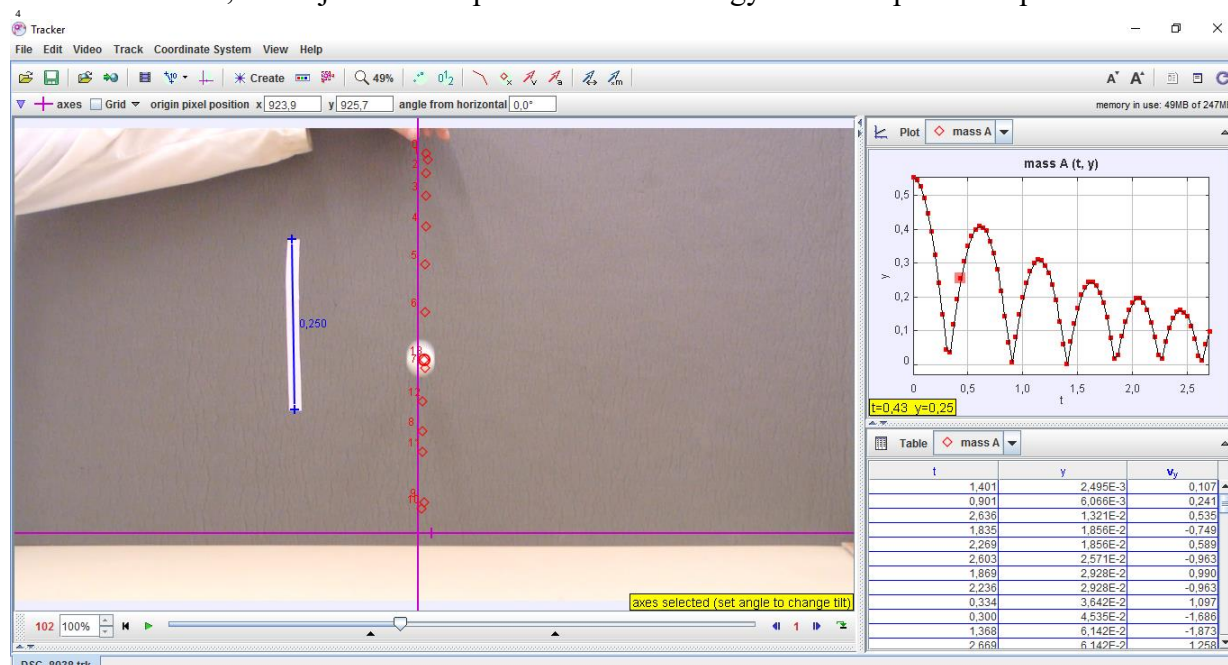
A feladat szerint a pattogó labda mozgásáról videofelvételt kell készíteni. Hogy a felvételen jól látható legyen a mozgó fehér labda, sötétszürke háttér előtt végeztük a kísérletet. (Ez a legegyszerűbben úgy biztosítható, ha az asztalt, amire a labdát ejtjük közvetlenül a fal elé állítjuk és a háttérként használt szürke műanyaglapot a falra rögzítettük. A függőleges háttérre 25 cm hosszú fehér szigetelő szalagot ragasztottunk, hogy a videofelvétel kiértékelésekor a képmezőben jól látszó, ismert hosszúságú szalaghoz tudjuk kalibrálni a számítógépes program hosszúságskáláját.

A felvételt Nikon J1 típusú digitális amatőr fényképező géppel készítettük. A kamerát állványra rögzítettük és az asztaltól kb 1,5 m távolságban merőlegesen a falra irányítva állítottuk fel. A felvétel automata üzemmódban, a másodpercenként kb. 30 kép/s normál felvételi sebességgel történt. A feladat útmutatása szerint felvételt legalább 6 pattanásig kell folytatni. A mov.fájl formátumban készült videoklip a számítógépes Tracker programba azonnal beolvasható.

A videofelvétel kiértékelése

A Tracker videoelemző program a betöltött videót kockánként, állóképként vetíti a képernyőre. A feladatunk, hogy az egymást követő képkockákon a kurzorral kattintva rendre megjelöljük a labda pillanatnyi helyzetét (azaz a középpontját). A számítógép megjegyzi a jelölési helyek helykoordinátáit és hozzájuk rendeli az egymást követő képek időpillanatait is. Így válik lehetővé, hogy a program az összetartozó hely és az időadatok alapján előállítsa (ábrázolja) a mozgás hely-idő függvényét. Az adatok hitelességéhez azonban szükség van a számítógép által képpont-távolságban mért hosszúságoknak a felvétel képéhez igazodó kalibrálására. (E kalibráció megvalósításához ragasztottuk a háttérre az előre lemerített hosszúságú fehér csíkot.) A kalibrációt a feladatlaphoz mellékelt Tracker útmutató 2. pontja szerint kell elvégezni.

Az ábra a számítógép képernyőjét mutatja a pingponglabda pattogásáról készült videó kiértékelése után, visszajátszva a klipet és kimerevítve egy közbűlső pillanatképet.

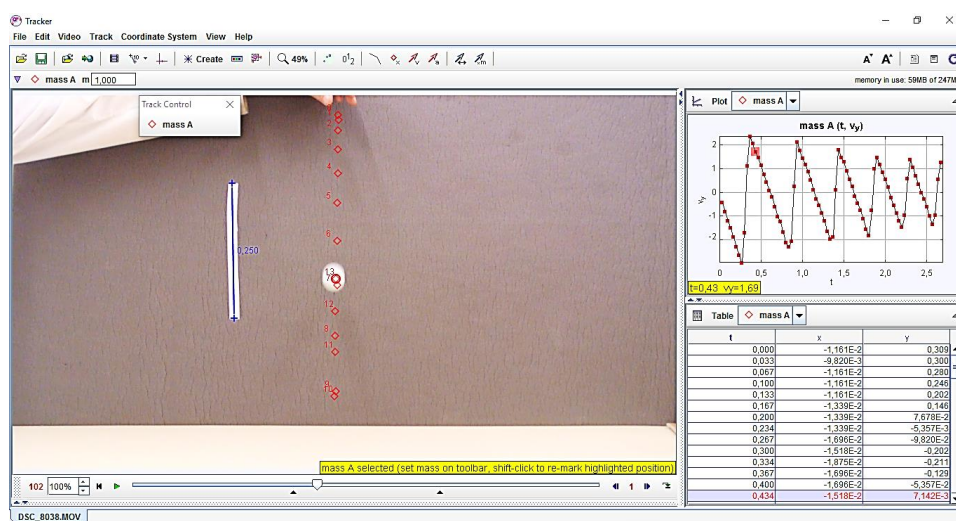


A képernyő bal oldalán a videoklip egy közbűlső képe látható, amire a program rárajzolja a leejtett labda korábbi képkockákon általunk bejelölt helyzetét. A felvételen még látszik a labdát ejtő kéz és a fehér labda pillanatnyi helyzete is. A kerek labda képének nyújtottsága jelzi, hogy a labda mozog, és ezért a kép rögzítésének ideje alatt is elmozdul. A labda esésvonalától balra

látszik a háttérre ragasztott fehér csík és annak a kalibráció során megadott hossza. A koordináta rendszer origóját a labda leérkezési helyéhez rögzítettük.

A képernyő jobb oldalán a pattogó labda 6 felpattanásig kiértékelt magasság – idő grafikonja látható, kiemelve azt a grafikonnak azt a pontját, ami a bal oldali képkockához tartozik. A jobb alsó táblázat a grafikon pontjainak, azaz a mozgó labda pillanatnyi helyzetének képről képre változó idő és helykoordinátáit mutatja.

A feladat szerint az egymást sorozatban követő pattanások sebességviszonyait kell megvizsgálnunk. Ehhez a magasság – idő adatok helyett a labda függőleges irányú sebesség – idő grafikonjára és adatsorára van szükségünk. Ezt a feladatlaphoz mellékelt Tracker útmutató 5. pontja szerint hívhatjuk be. Korábban bemutatott elmozdulás-adatokhoz tartozó sebesség-idő grafikont és az adatsort a következő kép mutatja.



A feladat szerint a pattanások időpontját továbbá a becsapódási és a visszapattanási sebességek értékeit kell kigyűjtenünk az első öt pattanásra vonatkozóan. Ez egyszerűen megtehető úgy, hogy a program képernyőjén a kurzorral a sebesség – idő grafikon kívánt pontjára állunk és leolvassuk a pont kiíródo koordinátáit. Így nyert mérési adatainkat a táblázat foglalja össze.

pattanás	idő (s)	v_{le} (m/s)	v_{fel} (m/s)
1	0,34	-2,94	2,355
2	0,92	-2,27	2,11
3	1,41	-1,95	1,79
4	1,85	-1,8	1,47
5	2,27	-1,45	1,37
6	2,65	-1,34	1,26

Az pattanási időpontok különbségeként összehasonlítható az egymást követő felpattanások időtartama (az adatokat a táblázat mutatja). A negyedik pattanástól eltekintve a labda mozgásának időtartama monoton csökken, ami az egymást követő ütközések emelkedési magasságának csökkenésével értelmezhető.

felpattanás	időtartam (s)
1	0,58
2	0,49
3	0,41
4	0,42
5	0,38

A pingpong labda egymást követő ütközései során a becsapódási sebesség mindig nagyobb, mint a visszapattanás sebessége. Ez azt mutatja, hogy a labda és az asztallap ütközése nem tökéletesen rugalmas. Az ütközések rugalmasságának jellemzésére a mechanikában az ütközési számot használjuk. Az ütközési szám (k) a mindenkor visszapattanás impulzusának és a megelőző becsapódás impulzusának hányadosa, ami megegyezik a megfelelő sebességek abszolút értékének arányával.

$$k = \frac{|mv_2|}{|mv_1|} = \frac{|v_2|}{|v_1|}$$

A labda és az asztal ütközésére jellemző ütközési szám értékét, az első öt ütközésekre meghatározva, a táblázat tartalmazza.

pattanás	v_{le} (m/s)	v_{fel} (m/s)	$k = v_{fel} / v_{le}$
1	-2,94	2,355	0,80
2	-2,27	2,11	0,93
3	-1,95	1,79	0,92
4	-1,8	1,47	0,82
5	-1,45	1,37	0,94
6	-1,34	1,26	0,94

Az első és a negyedik ütközés kivételével az eredmények jól egyeznek, az ütközési szám 0,92- 0,94 értéktartományban mozog. Az első és a negyedik ütközés esetén az ütközési számok értéke ennél kisebb, 0,80 és 0,82. Az első ütközés esetén a visszapattanás a videó két egymás követő képkockája közt történt, ahogy ez a pattogási grafikon fenti ábráján is jól látszik. A hiba oka a mérési módszer sajátosságából fakad. A videofelvétel nem megfelelő pillanatban készített képkockái alapján kalkulálható számítógépes sebességadatok nem tekinthetők az ütközésre jellemzőnek.

A negyedik felpattanás esetén az eltérés már az időtartam adatok esetén is látszott. A videofelvételt ismételtén megnézve észrevehető hogy ennél az ütközésnél az eddig függőlegesen felpattanó labda kicsit ferdén indul felfelé, azaz vízszintes sebességet is szerez, ami miatt függőleges sebességkomponense kicsit csökken. Ennek pontos okát nem tudjuk megmondani. A megfigyelés azonban egyaránt megmagyarázza a negyedik pattanásból számított ütközési szám csökkenését, illetve a pattanás kicsit hosszabb időtartamát is. A kísérleti eredmények jól szemléltetik, hogy a hibátlan mérés még számítógépes segítség esetén sincs.

Utolsó részfeladatként meg kell vizsgálni a felpattanó pingpong labda kezdősebességének és a visszaesés végsebességének viszonyát az első öt pattanás esetén. A kísérleti eredményeket a táblázat mutatja. A táblázatban feltüntettük az induló kezdősebességek és a visszaérkezési végsebességek nagyságának Δv eltérését is.

pattanás	v_{fel} (m/s)	v_{le} (m/s)	Δv (m/s)
1	2,355	-2,27	0,085
2	2,11	-1,95	0,16
3	1,79	-1,8	-0,01
4	1,47	-1,45	0,02
5	1,37	-1,34	0,03

Az első két felpattanás esetén a labda sebessége a levegőben megtett út során egyértelműen csökkent, a további visszapattanások során ez alig észlelhető. A sebességcsökkenés oka a levegő által a labdára kifejtett közegellenállási erő. Ez kis sebességek esetén lineárisan (Stokes-függvény), nagy sebességek esetén négyzetesen függ a sebességtől. Adott sebesség esetén a közegellenállás hatása annál lényegesebb, minél kisebb a labda tömege, és minél nagyobb a sugara. A pingponglabda esetén a hatás már viszonylag kis sebességek esetén is lényeges. Mérési eredményünk szerint a közegellenállás hatása az első két pattanás során – ahol a legnagyobb a labda sebessége – egyértelműen kimutatható. A további pattogások során a sebesség csökkenése miatt a hatás már alig érzékelhető, elhanyagolható.

7. A hang sebességének mérése állóhullámokkal

Feladat:

Ismert frekvenciájú hangra rezonáló levegőoszlop hosszának mérésével határozzuk meg a hang terjedési sebességét levegőben!

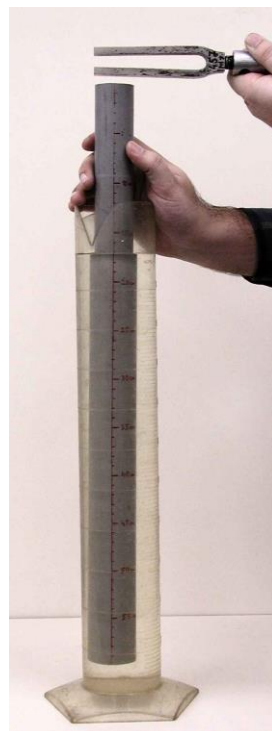
Szükséges eszközök:

Nagyméretű üveghenger (mérőhenger), mindkét végén nyitott, a hengeres edénybe illeszthető üveg vagy műanyagcső, ismert rezgésszámú hangvillák, nagyméretű tálca, víz tartóedényben, mérőszalag, Bunsen-állvány, dió lombikfogó.

A mérés leírása

A hengert állítsa tálcára és töltsön bele vizet! Az oldalán skálával ellátott csövet merítse a vízbe! A csőben lévő levegőoszlopot alulról a víz zárja be, így a légoszlop hossza a cső emelésével és süllyesztésével változtatható. A cső szabad vége fölé tartsunk rezgő hangvillát, majd a maximálisan vízbe merített csövet emeljük lassan egyre magasabbra, közben figyeljük a hang felerősödését! A maximális hangerősséghez tartozó levegőoszlop-magasságot (a cső peremének és a víz szintjének különbsége) mérjük le! Folytassuk a cső emelését egészen a második rezonanciahelyzetig, és mérjük le ismét a belső csőben lévő levegőoszlop hosszát!

A levegőoszlop hosszának mérését megkönnyíthetjük, ha a csövet nem kézben tartjuk, hanem Bunsen-állványhoz rögzített lombikfogóval. A lombikfogót csak annyira szorítsuk meg, hogy az megtartsa a függőleges helyzetű csövet, de ne akadályozza meg a magasság változtatását. Ha a mérés közben a hangvilla rezgése már nagyon elhalkulna, ismételt megkoccintással újból rezgésbe hozható. A villa hangjának erősödése jelzi, hogy a csőben lévő légoszlop rezonál a hangvillára, azaz a csőben hang-állóhullám alakul ki.



- Határozza meg a hang hullámhosszát két egymás utáni rezonanciahelyzetben, majd a hangvilla rezgésszámának ismeretében a hang terjedési sebességét a levegőben!

Megjegyzés:

A hangsebesség-meghatározás pontosabbá tehető, ha a kísérletet két különböző alaphangfrekvenciájú hangvillával megismételjük, és a két mérés eredményének átlagát számítjuk.

Megoldás

A hang a levegőben longitudinális hullámként terjed. Alkalmas hosszúságú csőben a hanghullámok interferenciájának eredményeként állóhullámok jöhetnek létre. Állóhullám-állapotban a levegőoszlop rezgései állandósulnak, ilyenkor az egyik végén zárt levegőoszlop L hossza a λ hullámhossz negyedének páratlan számú többszöröse.

$$L = (2k + 1) \frac{\lambda}{4},$$

ahol $k = 0, 1, 2, \dots$ stb.

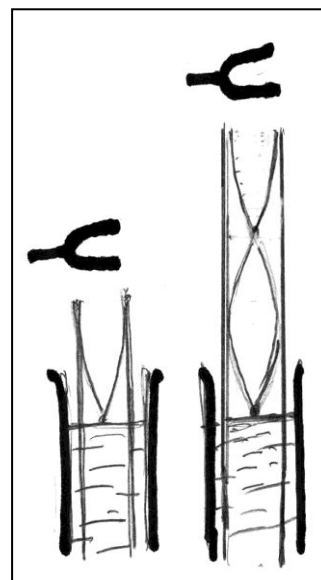
Ha tehát valamely hangforrás által keltett hanghullám hossza a fenti formula szerint megfelel a levegőoszlop hosszának, a levegő átveszi, és ezáltal felerősíti a hangforrás rezgését. Ilyenkor rezonanciáról beszélünk. Ismert frekvenciájú hangforrás esetén lemérve a levegőoszlop bármely két szomszédos a rezonancia-helyének távolságát, meghatározható a hang hullámhossza, a forrás frekvenciájának ismeretében pedig a hang terjedési sebessége.

A kísérletet az utasítás szerint végezzük el. Az első és második rezonancia-helyezethez tartozó állóhullámot az ábra mutatja.

(A rajzon az állóhullámot transzverzális hullámként szemléltetjük, annak ellenére, hogy a levegőben a hang longitudinális hullám!)

Célszerű a kísérletet két különböző alaphfrekvenciájú hangvillával megismételni. A kétféle hangvilla esetén a cső rezonancia-magassága változik.

Az elvégzett próbamérés során használt hangvilla rezgésszáma $f = 457$ Hz. Az első hangerősödés helyén a PVC-cső vízből kiálló magassága $L_1 = 17$ cm, a második rezonancia-helyzetben $L_2 = 51$ cm. A hosszkülönbség a értéke a levegőben kialakult hanghullám hullámhosszának fele, azaz



$$\lambda = 2(L_2 - L_1) = 68 \text{ cm}$$

A hang terjedési sebessége:

$$c = \lambda \cdot f = 0,68 \cdot 457 = 310 \text{ m/s} .$$

8. Szilárd test és folyadék sűrűségének meghatározása

Feladat:

Határozza meg az Arkhimédész-törvény segítségével a mellékelt szilárd test és az ismeretlen folyadék sűrűségét!

Szükséges eszközök:

Mérőpoharak; víz; digitális mérleg; rugós erőmérő; 15-20 dkg tömegű, ismeretlen, a víznél nagyobb sűrűségű test (pl. kődarab); céna; cellux; ismeretlen sűrűségű folyadék (pl. étolaj).

A mérés leírása:

Mérje meg a rugós erőmérővel az ismeretlen sűrűségű test egyensúlyban tartásához szükséges erőt, a levegőben tartva a testet! Ismételje meg a mérést úgy is, hogy a test teljesen vízbe merül! Ügyeljen arra, hogy a test teljes egészében a vízben legyen, de ne érjen hozzá a mérőpohárhoz! A mérési elrendezéseket az 1. ábrán láthatja.



1. ábra



2. ábra

Ezután tegyen ismeretlen sűrűségű folyadékot a másik mérőpohárba! Mérje meg a mérleggel a mérőpohár és az ismeretlen sűrűségű folyadék együttes tömegét! Az utóbbi mérést végezze el úgy is, hogy a testet az ismeretlen folyadékba lógatja! Ügyeljen arra, hogy a test teljes egészében belemerüljön az ismeretlen folyadékba, de ne érjen hozzá a mérőpohárhoz! A mérési elrendezéseket a 2. ábra mutatja.

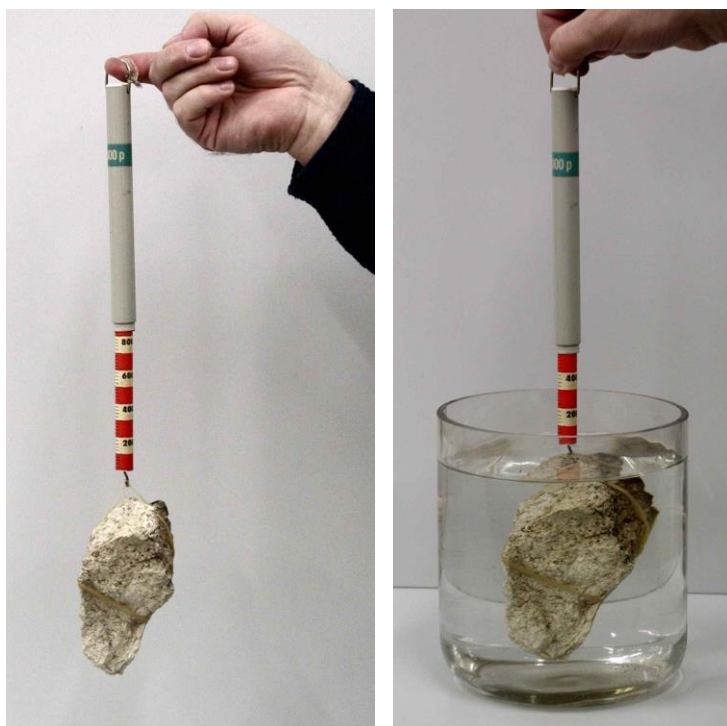
- Jegyezze fel mindkét esetben (levegőben tartva, vízbe merítve) a rugós erőmérő által mutatott erő értékét! - Határozza meg a szilárd test sűrűségét! A levegőben fellépő felhajtóerőt tekintse elhanyagolhatónak a számolás során!

- Jegyezze fel mind a három esetben (1. csak a kő; 2. mérőpohár + ismeretlen sűrűségű folyadék; 3. mérőpohár + ismeretlen sűrűségű folyadék + kő belelógatva) a digitális mérleg által mutatott tömegértékeket! - Határozza meg az ismeretlen folyadék sűrűségét! - Milyen tényezők befolyásolhatták a mérések hibáját? Elemezze a mérések hibáját!

Megoldás

A feladat egy szilárd anyag (kő) és egy víztől eltérő folyadék ismeretlen sűrűségének meghatározása. A megoldására a kísérletleírás két egyenértékű módszert ír le. Mindkettő Arkhimédész törvényén alapul és ismertnek tekinti a tiszta víz sűrűségét. A két eljárás az erőmérés módszerében tér el egymástól.

A részletes kísérletleírás szerint elsőként rugós erőmérőt (dinamómétert) használunk az erőmérésre. A követ, aminek sűrűségét kívánjuk meghatározni rugós erőmérőre akasztjuk, és leolvassuk, mit mutat az erőmérő a levegőben tartva a követ. Ezután a dinamóméteren függő követ vízbe lógatjuk, majd leolvassuk a dinamóméter megváltozott állását. Az elvégzett mérések eredményét a kísérletről készített fotók mutatják. (A képeken látható rugós erőmérő 10 N felső erőhatárig tud mérni. Az egymást követő piros és fehér sávok 1 N erőintervallumot jelölnek.)



A kő sűrűségének meghatározására szükségünk van a kő tömegére és a térfogatára.

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K}$$

A kő levegőben mért súlya $F_1 = m_K g = 8,2 \text{ N}$, innen a kő tömege

$$m_K = 0,82 \text{ kg}$$

A követ vízbe lógatva az erőmérő $F_2 = 5 \text{ N}$ erőt mutat. A mért erő a kő levegőben mért súlyának és a víz által kifejtett felhajtóerőnek a különbsége

$$F_2 = m_K g - V_K \rho_{\text{víz}} g,$$

ahol V_K a kő térfogata, $\rho_{\text{víz}}$ a víz sűrűsége ($\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Innen, az ismert adatok és a mért erőértékek felhasználásával a kő térfogata:

$$V_K = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

A kő keresett sűrűsége

$$\rho_K = 2500 \frac{kg}{m^3}$$

A feladat második részében a rugós erőmérő helyett digitális mérleget használunk. A mérleg a ráhelyezett test súlyát, tehát azt a tartóerőt mutatja, amit a mérleg a rárakott testre kifejt.

(Az alább bemutatott méréseinkhez gramm-érzékenységű digitális konyhai mérleget használtunk.)

Első lépésként a kavicsot a mérlegre helyezve meghatározzuk a mérleg által mutatott F_0 erőt, (a kő súlyát). Esetünkben a mérleg 832 g-ot mutat, ami jó közelítéssel 8,3 N súlyerőnek felel meg. Ez jól egyezik a előző mérésünkből adódó $F_1 \approx 8,2$ N eredménnyel.

Ezután a kísérleti leírás szerint egy vízzel kb. félig töltött edényt (levágott műanyag üdítőspalack) helyeztünk a mérlegre és feljegyeztük a mérleg állását (820g). Ezután cérnaszálon tartva a vízbe belélogattuk a követ, – ügyelve arra, hogy az sehol ne érjen az edényhez. A belélogatott kő hatására a mérleg nagyobb terhelést mutatott (1132 g).

A két mért érték különbsége $1,132 - 0,82 = 0,31$ kg, ami $\Delta F \approx 3$ N erőkülönbségnek felel meg.

A mért erő növekedését Arkhimédész törvényével és a newtoni kölcsönhatás törvényével értelmezzük. A vízbe lógatott kő egyensúlyban van, a rá ható erők eredője zérus. A kőre lefelé hat a nehézségi erő (-mg), felfelé a felhajtóerő és a cérna tartóereje. A felhajtóerő ellenereje a vízre hat, amit végső soron a mérleg tartóereje egyensúlyoz ki. A mérleg által mutatott erőnövekmény tehát a felhajtóerővel egyezik meg.

$$\Delta F = Vg\rho_{\text{víz}}$$

Innen az ismert adatok felhasználásával kiszámíthatjuk a kő térfogatát, majd a mérlegen mért tömeg (ΔF_1) és a számított V térfogat hányadosaként a kő sűrűségét. Mindkét adat elfogadhatóan egyezik a dinamóméteres méréssel kapott eredménnyel.

A mérési feladat befejező részében egy víztől különböző folyadék sűrűségét kell meghatározni. Ehhez megismétljük a korábbi mérlegelési kísérletünket, de víz helyett most az ismeretlen sűrűségű folyadékba lógatjuk bele a korábban is használt követ. (A kísérlethez a feladatlap ajánlása szerint étolajat használtunk.)

A mérést hasonlóan végeztük, mint előbb a víz esetén. Az edénybe töltött olajat mérlegre a helyezettük, leolvastuk a súlyát, majd a cérnára kötött követ belélogattuk az olajba. A mérleg most is terhelésnövekedést mutatva jelezte a felhajtóerőt, (ami most kevesebb, mint a korábban víz esetén tapasztalt érték).

$$\Delta F_{\text{olaj}} \approx 2,4 \text{ N}$$

Figyelembe véve, hogy a mérleg által kimutatott látszólagos súlynövekedés értéke megegyezik az olaj által a V térfogatú kőre ható felhajtóerővel

$$\Delta F_{\text{olaj}} = Vg\rho_{\text{olaj}},$$

A kő korábban meghatározott V térfogatának és ΔF_{olaj} mért értékének felhasználásával az olaj sűrűsége meghatározható. Adatokkal:

$$\rho_{\text{olaj}} = \frac{\Delta F_{\text{olaj}}}{Vg} \approx \frac{2,4}{3,2 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81} = 0,78 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

9. Szilárd anyag (alumínium) fajlagos hőkapacitásának (fajhőjének) meghatározása

Feladat:

A rendelkezésére álló eszközökkel, a víz fajhőjének és a kaloriméter hőkapacitásának ismeretében, határozza meg a kiadott fém fajhőjét!

Szükséges eszközök:

Ismert hőkapacitású kaloriméter tetővel, keverővel, hőmérővel, szobai hőmérő, 3 db közepes főzőpohár, meleg víz, nagyobb méretű tálca, törülköző, mérleg, száraz állapotú, szobahőmérsékletű apró alumínium darabok (pl. alumínium szegecs).

A mérés leírása

Mérje le a szárazra törölt kaloriméter tömegét fedővel, keverővel és a hőmérővel együtt! Töltse meg a kalorimétert – körülbelül háromnegyed részéig – forró vízzel, és mérje le ismét a berendezés tömegét a vízzel együtt. A két mérlegelés alapján az edénybe öntött víz tömege pontosan meghatározható.

Szobai hőmérőn olvassa le a szobahőmérsékletet, majd mérjen le a szobahőmérsékletű, száraz fémdarabokból kb. kétszer annyit, mint a kaloriméterbe töltött víz tömege. A fém tömegének nem kell pontosan megegyeznie a víz tömegének kétszeresével, de a mérés legyen pontos!

Olvassa le a kaloriméterben lévő meleg víz hőmérsékletét a hőmérőn! (A hőmérő leolvasása előtt bizonyosodjon meg róla, hogy a mérlegeléssel töltött idő alatt a kaloriméter hőmérséklete stabilizálódott!)

Helyezze a kaloriméterbe a lemért tömegű, szobahőmérsékletű száraz fémdarabokat! Néhány percnyi kevergetés alatt beáll az új hőmérséklet. Olvassa le ismét a hőmérő állását (t_2)!

- A megadott és a mért adatok alapján határozza meg a szilárd anyag fajhőjét!
- A kapott eredményt hasonlítsa össze az alumínium függvénytáblázatban található fajhőjértékével!
- Ismertesse, mi okozhatja a mért és elméleti értékek esetleges eltérését!

Megjegyzés

A víz fajhőjének táblázati értéke: $c = 4,18 \text{ kJ/kg}$.

A kaloriméter hőkapacitása az adott eszközre jellemző, a konkrét érték a kaloriméteren olvasható.

A víz tömegének meghatározásához elfogadható a térfogat mérése mérőhengerrel is.



Megoldás

A mérést a leírás szerint végezzük el. Az mért adatokat jelölése legyen a következő:

- m_c A száraz kaloriméter tömege (fedővel, hőmérővel, keverővel együtt) –
- m_0 A kaloriméter tömege a bele töltött forró vízzel –
- m_v A víz tömege ($m_v = m_0 - m_c$)
- $m_{fém}$ A száraz alumínium darabok tömege –
- t_0 A szobahőmérséklet értéke –
- t_1 A kaloriméter és a bele töltött meleg víz közös hőmérséklete
- t_2 A kaloriméter egyensúlyi hőmérséklete a fémdarabok behelyezése után

Az új közös hőmérséklet (t_2) mutatja, hogy a melegebb víz (és kaloriméter) belső energiája csökkent (ΔU_1), míg a fémé megnőtt (ΔU_2). Mivel a kaloriméter a külvilág felé szigetelt, a két energiaváltozás mértéke azonos.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2$$

A víz és a kaloriméter belső energiájának változása

$$\Delta U_1 = m_v c (t_1 - t_2) + C (t_1 - t_2),$$

ahol a már használt jelöléseken túl c a víz fajhőjét, C a kaloriméter hőkapacitását jelöli. (A víz fajhőjének táblázati értéke: $c = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, a kaloriméter C hőkapacitása az adott eszközre jellemző.) A fém belső energiaváltozásának mértéke

$$\Delta U_2 = m_{fém} c_{fém} (t_2 - t_{sz}),$$

ahol $c_{fém}$ a fém meghatározásra váró fajhőjét jelenti. Az energiaváltozások egyenlőségét felhasználva a fajhő keresett értéke:

$$c_{fém} = \frac{(m_v c_v + C) \cdot (t_1 - t_2)}{m_{fém} (t_2 - t_{sz})}.$$

Próbamérésünk során a megelőző mérési feladatban vizsgált $C = 270 \text{ J/fok}$ hőkapacitású kaloriméterrel dolgoztunk, és alumínium fajhőjét határoztuk meg. A kaloriméterbe 249 g tömegű, forró vizet töltöttünk, majd rövid várakozás után a hőmérőn leolvastuk az egyensúlyi hőmérsékletet ($t_1 = 79^\circ\text{C}$). A melegvizet kaloriméter-edénybe $m_{fém} = 136 \text{ g}$ szobahőmérsékletű, száraz alumínium-szegecset öntöttünk (a szobahőmérséklet $t_0 = 23^\circ\text{C}$). Eztán a kaloriméterben $t_2 = 74,5^\circ\text{C}$ egyensúlyi hőmérséklet állt be.

Az alumínium fajhője a mért adatok alapján $c_{fém} = 0,86 \text{ J/g}$,
(ami elfogadhatóan megegyezik a táblázatban megtalálható fajhőértékkel (900 J/kg)).

10. Kristályosodási hő mérése

Feladat:

Határozza meg kalorimetrikus méréssel túlhűtött sóolvadék kristályosodása során felszabaduló energia, egységnyi tömegű anyagra vonatkoztatott értékét (kristályosodási-hő)!

Szükséges eszközök:

Ismert tömegű túlhűtött sóolvadék (célszerűen „nátriumacetát-trihidrát”), ismert hőkapacitású (vízértékű) iskolai kaloriméter keverővel, hőmérővel, stopper-óra, szobahőmérsékletű állott víz, mérőhenger. Az kísérleti eszközöket és anyagokat a fotó mutatja.



Megjegyzés :

A kísérletben felhasznált anyag a sportkereskedelemben téli kézmelegítő párnaként, gyógyászati segédeszközként mint fülmelegítő párna, zárt műanyag tasakban kapható. Az anyag ismételten sokszor felhasználható. A tasakban lévő kristályos anyag forró vízben felolvasztható, majd a vízfürdőből kivéve szobahőmérsékleten túlhűthető.

Felhasználható a méréshez kristályos nátrium-tioszulfát (fényképészeti fixírsó) is, amely szintén vízfürdőn olvasztható fel és hideg vízben túlhűthető. A túlhűtött fixírsó-olvadékot tartóedénnyel együtt helyezük kaloriméterbe. (A fixírsó kristályosodását apró kristályszemcse beledobásával indíthatjuk meg.

A mérés leírása

A mérőhenger segítségével töltsön a kaloriméterbe ismert mennyiségű szobahőmérsékletű vizet! (A víz tömege kb. 6-7 -szerese a műanyagtasakban lévő folyadék előzetesen lemerített és megadott tömegének) A szobahőmérsékletű folyadékot tartalmazó tasakot emelje a kaloriméter fölé, majd a tasakban lévő görbült fémlapocskával átpattintásával indítsa be a kristályosodást! Amint meggyőződött a folyamat beindulásáról, rakja a tasakot a kaloriméter vizébe, tegye rá a

tetőt, helyezze be a hőmérőt és indítsa el az órát! A kristályosodás során az anyagból energia szabadul fel, ami melegíti a kalorimétert és a beletöltött vizet. Óvatos rázogatóssal, a kaloriméter körkörösén görbült keverőjének le-fel mozgatásával segítse víz melegedését, közben percenként olvassa le a hőmérsékletet! Az idő- és hőmérséklet értékeket jegyezze fel! A mérést folytassa amíg a melegedés tart!

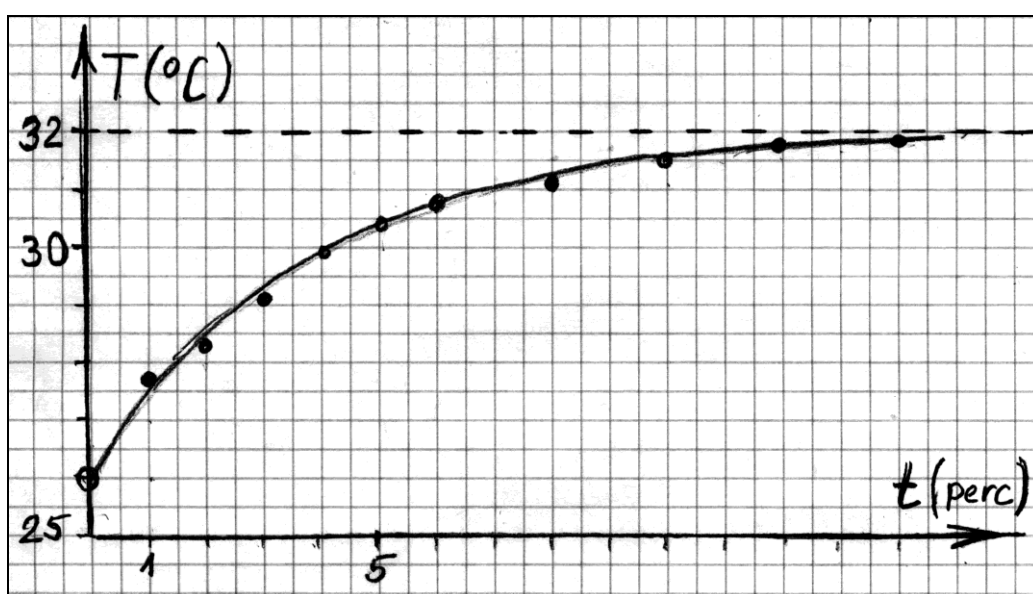
- Készítse el a kaloriméter melegedését jellemző idő – hőmérséklet grafikont, és határozza meg a rendszer maximális hőmérsékletét!
- Az anyag tömegét, a víz tömegét és fajhőjét, a kaloriméter hőkapacitását (vízértékét) ismerve, a kiindulási és a végső hőmérséklet mért értékeit felhasználva írja fel az energiamegmaradást kifejező egyenletet! Az egyenletből számítással határozza meg az anyag tömegegységére jutó kristályosodási hőt!

Megoldás

Próbamérésünk során a fotón látható, dupla alumínium falú kaloriméter-edényt használtuk. A kaloriméter hőkapacitása (előzetesen elvégzett mérés szerint $C \approx 28,5 \text{ J/}^\circ\text{C}$.) A kaloriméterbe 500 ml vizet öntöttünk és beleraktuk a leforrasztott műanyagtasakban lévő, 83g tömegű túlhűtött folyadék állapotú anyagot. A rendszer egyensúlyi kiindulási hőmérséklete 26°C volt.

A kristályosodás beindítása után a kaloriméter hőmérsékletének növekedését az idő függvényében mértük. Az adatokat a táblázat, a melegedési görbét a grafikon mutatja.

Idő (perc)	0	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14
Hőmérséklet ($^\circ\text{C}$)	26	27,6	28,4	29,1	29,9	30,5	30,8	31,2	31,5	31,5	31,8



A grafikon mutatja, hogy a hőmérséklet kezdetben gyors, majd egyre lassuló ütemben nő. Vég hőmérsékletnek a hőmérsékletnövekedés aszimptotikus értékét ($\approx 32^\circ\text{C}$) tekinthetjük.

A kristályosodás során felszabaduló energia felmelegítette a kezdetben 26 °C-os rendszert (a kaloriméter belső tartályát, a beletöltött vízmennyiséget és a kezdetben szintén 26 °C –os anyagot) 32 °C-os véghőmérsékletre. Az energia-mérleget felírva

$$L \cdot m_{\text{anyag}} = C\Delta T + c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}}\Delta T + c_{\text{anyag}} m_{\text{anyag}}\Delta T$$

Ahol L a kristályosodási hő, C a kaloriméter ismert hőkapacitása, $m_{\text{víz}}$ a bemért vízmennyiség, m_{anyag} a nátriumacetát mennyisége, ΔT a mért maximális hőmérsékletváltozás.

Az egyenletből jobb oldalán lévő utolsó tag (az anyag melegedésére fordított energia) elhanyagolható. (A nátriumacetát relatív mennyisége a vízhez képest kicsi, és fajhője, mint a szilárd anyagoké általában kisebb, mint a vízé) Az elhanyagolás után a kristályosodási hő L értéke jó közelítéssel meghatározható.

$$L \approx \frac{C + c_{\text{víz}} m_{\text{víz}} \Delta T}{m_{\text{anyag}}}.$$

Az elvégzett mérés adatainak felhasználásával ($C=28,5 \text{ J/}^{\circ}\text{C}$, $m_{\text{víz}} = 0,5 \text{ kg}$, $m_{\text{anyag}}=83\text{g}$, $\Delta T = 6 \text{ }^{\circ}\text{C}$) és az elhanyagolás figyelembevételével kristályosodási hő közelítő értéke:

$$L \approx 153 \text{ kJ/kg.}$$

11. Ekvipotenciális vonalak kimérése elektromos térben

Feladat:

A megadott eszközökből az utasítás alapján állítsa össze a kísérletet!

Mérje ki az ekvipotenciális vonalakat lapos potenciálkádban egy hosszabb egyenes rúd alakú és egy kisebb, korong alakú fémlektroda közti térrészben!

A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsen közelítő vázlatrajzot a tér erővonal szerkezetéről!

Szükséges eszközök

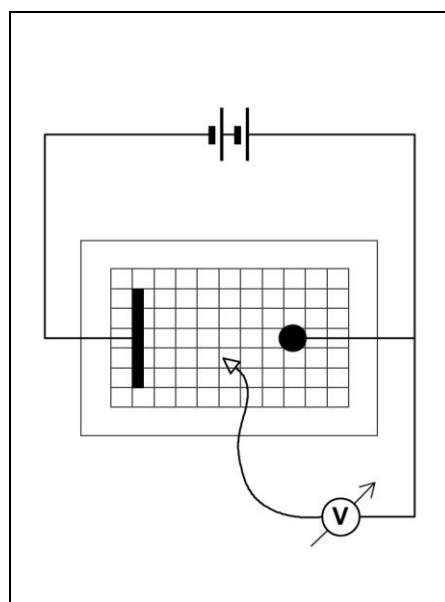
Feszültségforrás (kb. 10 V egyenfeszültség - pl. 2 db. sorba kötött laposelem), nagy belső ellenállású feszültségmérő, lapos potenciálkád, vezetékek, négyzethálós papír (milliméterpapír)

Megjegyzés:

A kísérlethez szükséges potenciálkád házilagosan egyszerűen elkészíthető.

Legalább 10x20 cm alapterületű lapos műanyagkád (műanyagtálca) aljára négyzethálós beosztású papírlapot helyezünk (ha a tál alja átlátszó, a papírt célszerűen a tál alá rögzítjük, ha a tál alja nem átlátszó a papír a tálba kerül. Ez utóbbi esetben az átnedvesedő papírt esetenként cserélni kell.) A tálba néhány mm magasan csapvizet töltünk. A tálba helyezhető fémlektrodák anyaga célszerűen alumínium vagy réz (a vas rozsdásodik!). Előnyös olyan lektrodákat használni, amelyek önmagukban is stabilan megállnak a kád alján (ilyen például az L profilú alumínium-sín vagy a négyzetes keresztmetszetű alumínium zártszelvény - lásd fotó) Az lektrodákhoz egyszerűen csatlakozhatunk az iskolai kísérletezésben használt rögzítőszinórokkal, ha az lektrodákra a banándugónak megfelelő lyukakat fúrunk.

Az ajánlott kísérleti összeállítás fotóját és a kapcsolási rajzot az ábra mutatja!



A kísérlet leírása

Ellenőrizze a kísérleti összeállítást! Figyeljen arra, hogy az lektrodák a négyzethálós vonalaira illeszkedjenek! A mérési eredmények rögzítésére készítsen elő a tál alján lévő négyzethálós

laphoz hasonló papírt, és erre rajzolja be az elektródák pontos helyét! Helyezze feszültség alá az áramkört, majd a feszültségmérő szabad potenciálvezetékét (a kapcsolási rajzon nyíl jelzi) mártsa a vízbe és figyelje a feszültségmérő műszert! A feszültséget akkor olvassa le amikor a műszer megállapodik!

Mozgassa lassan a potenciálvezetékét a négyzetháló két elektródát összekötő középső osztásvonala mentén a pozitív elektródától a negatívig és mérje a négyzetháló osztáspontjaiban a feszültséget!

- *Mérjen ki a kádban néhány ekvipotenciális vonalat és rajzolja be azokat a négyzethálós papírlapra, a vonalakon tüntesse fel a mért feszültség értékét is!*

- *A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsen vázlatos rajzot a tér erővonalaszerkezetéről!*

Megoldás

A mérés értelmezése

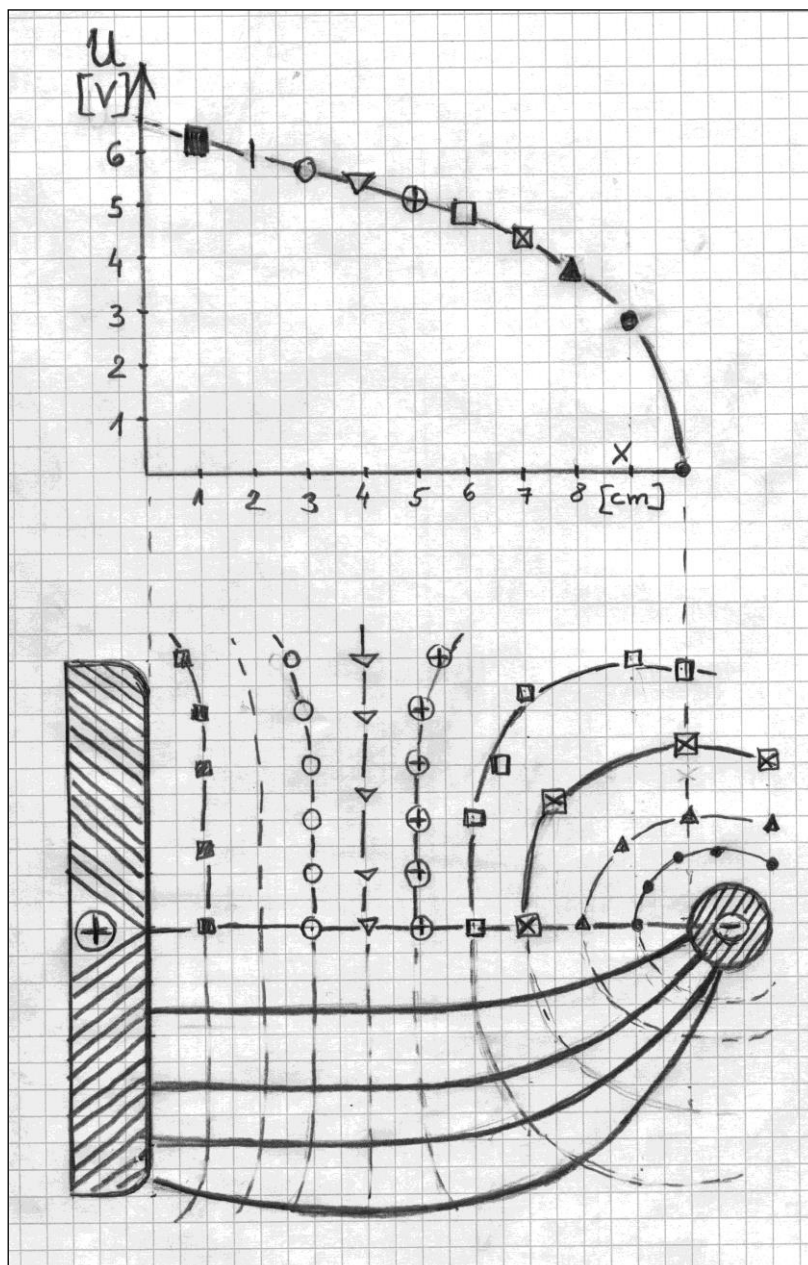
A telep két pólusára kötött fémelektródák közötti tartományban elektromos tér (mező) van. Az elektródák közé csapvizet öntöttünk. A csapvízben csekély számban, de vannak töltött részecskék (ionok), amelyek az elektromos feszültség hatására mozognak. Ez a töltésáramlás az időben állandó és alig módosítja az elektródák közti sztatikus teret. Amikor a feszültségmérővel pontról pontra letapogatjuk a két elektróda közti teret, a mért potenciálértékek a kiterjedt elektromos térre jellemző feszültségtérképet rajzolják ki.

A fotón is látható kísérleti összeállításban a negatív elektródához viszonyítva mértük a feszültséget (ezért a mért értékek negatív előjelűek). Először az elektródarendszer középvonalában végeztünk méréseket. A mért értékeket a hely függvényében az értéktáblázat és a felső grafikon mutatja.

Távollág (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Feszültség (V)	2,7	3,6	4,3	4,7	5	5,4	5,7	5,9	6,2

A vízszintes középvonal mentén a feszültség az egyenes elektródától távolodva kezdetben lassan és közel lineáris ütemben csökken, majd a hengeres elektróda közelében a változás felgyorsul.

A középvonalra merőleges hálónonalak mentén végzett mérések eredménye annál inkább eltért a középvonali méréstől, minél közelebb mértünk a korong alakú elektródához. Az azonos feszültségű ún. ekvipotenciális pontok összekötésével kapjuk a tér szerkezetére jellemző potenciáltérképet. Ezt mutatja a rajz középvonal feletti tartománya. Az elektromos tér ekvipotenciális vonalai mentén a töltések mozgásakor nem végzünk munkát, mert a töltésre ható erő minden pontban merőleges a vonalra. Ezt felhasználva az ekvipotenciális görbék kimérése után megrajzolhatjuk a mező vázlatos erővonalaszerkezetét is. Az erővonalak iránya a térben úgy változik, hogy mindig merőlegesen keresztezze az ekvipotenciális vonalakat. Az ábra alsó térfelén az ekvipotenciális vonalak alapján megrajzoltunk néhány, az elektródarendszer térszerkezetét jellemző erővonalat.



Mérési eredményünk szerint az egyenes és pontszerű elektróda közti elektromos mező nem homogén. Az erővonalak az egyenes elektródára merőlegesen indulnak, emlékeztetve a két egyenes elektróda közt kialakuló térre. Az egyenes elektródától távolodva azonban az erővonalak egyre inkább görbülnek a kicsi, hengeres elektróda felé. A kis kör alakú elektróda közvetlen közelében az erőter a ponttöltés teréhez hasonló sugaras szerkezetű, az erővonalak merőlegesen érik el az elektróda felületét. Az erővonalak a kicsi hengeres elektróda környezetében sűrűsödnek, ez jelzi, hogy az ide helyezett próbatöltésre nagyobb elektromos erő hatna, mint az egyenes elektróda közelében.

12. Elektrolit elektromos ellenállásának vizsgálata

Feladat:

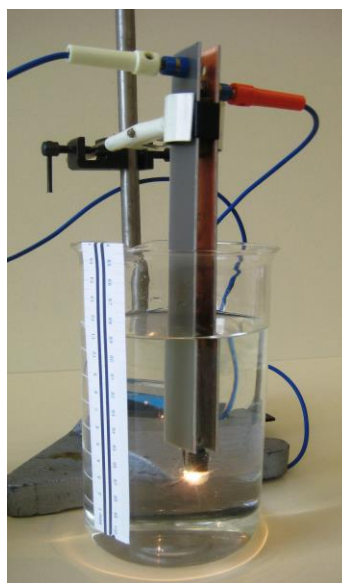
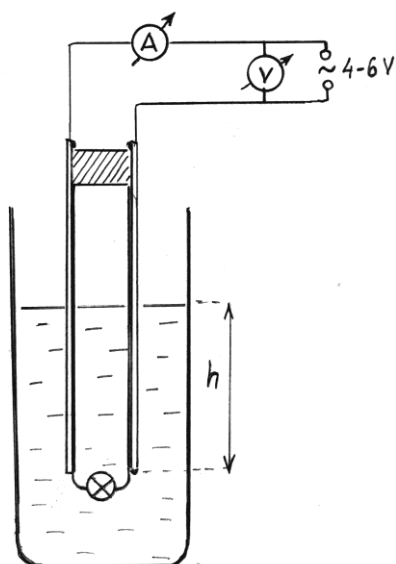
Vizsgálja meg az izzólámpából és elektródákból álló kapcsolás áramfelvételét a vízbe merített elektródák merülési mélységének függvényében! Végezze el a mérést hideg és meleg vízzel!

Szükséges eszközök:

4 vagy 6 V-os váltakozó feszültségű áramforrás, váltóáramú feszültség és árammérő műszerek, vezetékek, két, egymástól 1 cm távolságban szigetelő távtartók közé rögzített rézlemez elektróda (ajánlott anyaga nyomtatott áramköri lemez, méretei 3x20 cm), felső végén banándugós csatlakozással, alsó szélén az elektródák közé forrasztott zseblámpaizzóval. Állvány, ami az elektródák befogását és magasságának változtatását biztosítja. Tálca, magas vizes edény, külső falán cm-skála, hideg csapvíz, meleg csapvíz.

A mérés leírása:

A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.



Adjon feszültséget az izzóra, áram- és feszültségméréssel határozza meg az izzó ellenállását! Merítse az elektródákat hideg csapvizet tartalmazó edénybe és méréseket végezve határozza meg a kapcsolás áramfelvételét az elektródák legalább négy különböző mértékű merülése esetén! A mérést ismételje meg meleg vízzel is!

- Adatait foglalja értéktáblázatba, ábrázolja grafikusán, és értelmezze a kapott áramerősség–mélység grafikont!
- Határozza meg, hogy változik a víz elektromos ellenállása az elektródák vízbe merülő hosszának függvényében!
- Elfogadva, hogy a folyadékok áramvezetésére is érvényes Ohm törvénye, határozza meg a hideg és a meleg víz fajlagos ellenállását (vezetőképességét)!
- Értelmezze a két különböző hőmérsékletű víz esetén mért adatok különbözőségét!

Megoldás:

A feladatban leírt kapcsolás összeállítása után – még az elektródák vízbe merítése előtt – meghatározzuk az izzó ellenállását. Az anódpótló iskolai tápegység $\sim 4\text{ V}$ névleges kimenetén $4,5\text{ V}$ váltakozó feszültség mérhető (ez az érték a terheléstől függetlenül állandó, a kísérlet során nem változik). Az izzón átfolyó áram $I_0 = 200\text{ mA}$, az izzó R_i üzemi ellenállása tehát

$$R_i = \frac{U}{I_0} = \frac{4,5}{0,2} = 22,5\ \Omega$$

Az izzót és az elektródákat vízbe merítve, a kapocsfeszültség változatlan, az izzó szabályosan világít, miközben az áram a bemerítés mélységével (h) folyamatosan nő. A kapcsolást most úgy tekinthetjük, hogy az izzóval párhuzamosan egy változó, R_v értékű „víz-ellenállást” is bekapcsoltunk. Az R_e eredő ellenállást a különböző mélységek mellett mért I_h értékek segítségével határozhatjuk meg:

$$R_e = \frac{U}{I_h}.$$

A víz-ellenállás értékét az ellenállások párhuzamos kapcsolására érvényes összeadási formulából fejezhetjük ki.

Az elvégzett próbamérések során a különböző h bemerítési mélységek esetén mért I_h áram értékeket, a feszültség és az aktuális áram hányadosaként számolt R_e eredő ellenállás értékeket és a számított R_v víz-ellenállás reciprokok értékeit ($1/R_v$) két táblázat foglalja össze. Az egyik a szobahőmérsékletű ($\approx 25\text{ }^\circ\text{C}$), a másik a meleg ($\approx 44\text{ }^\circ\text{C}$) hőmérsékletű vízzel végzett mérések adatait tartalmazza.

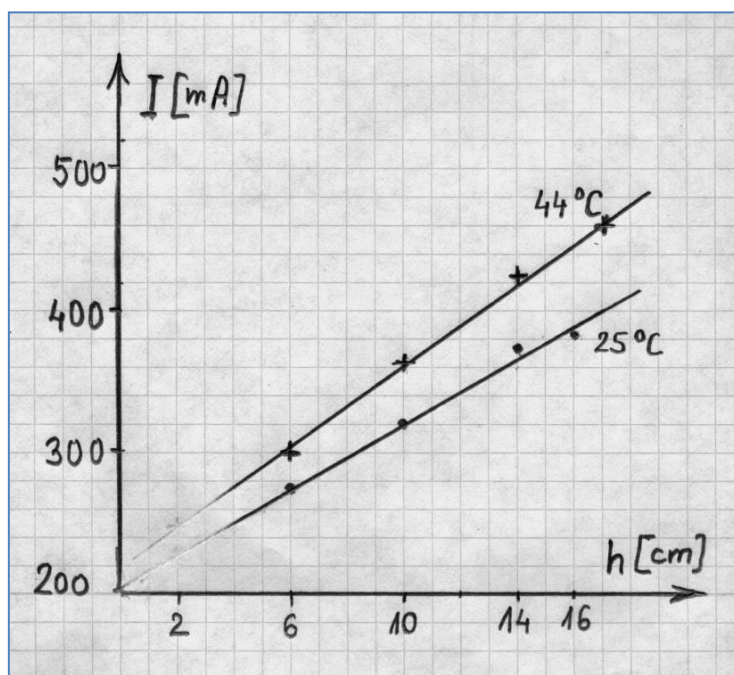
$$T \approx 25\text{ }^\circ\text{C}$$

h vízmélység (cm)	6	10	14	16
I_v (mA)	275	320	372	381
R_e (Ω)	16,4	14,0	12,1	11,8
R_v (Ω)	58,8	37,0	25,9	24,4

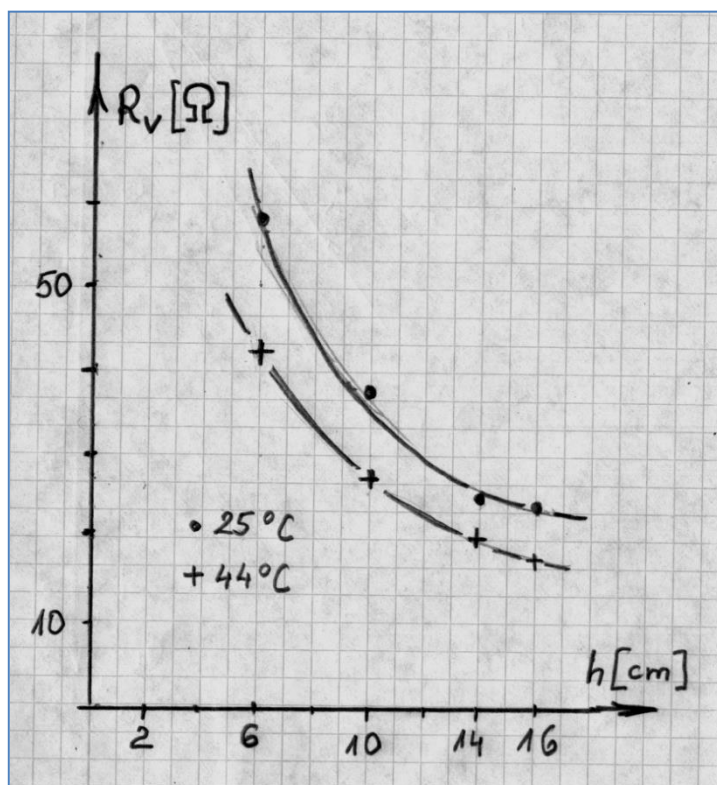
$$T \approx 44\text{ }^\circ\text{C}$$

h vízmélység (cm)	6	10	14	16
I_v (mA)	300	365	425	460
R_e (Ω)	15	12,3	10,6	9,8
R_v (Ω)	44,2	27,0	20,0	17,2

Az áramerősség–bemerítési mélység ($I_v - h$) függvény grafikonját az ábra mutatja mindkét hőmérsékletű víz esetén.



A víz elektromos ellenállása az elektródák vízbe merülő hosszának függvényében, a mért két hőmérsékleten:



Ohm vezetékhuzalok ellenállását vizsgálva megállapította, hogy az l hosszúságú A keresztmetszetű drót ellenállása egyenesen arányos a drót hosszával és fordítottan a drót keresztmetszetével és függ a fém anyagi minőségétől:

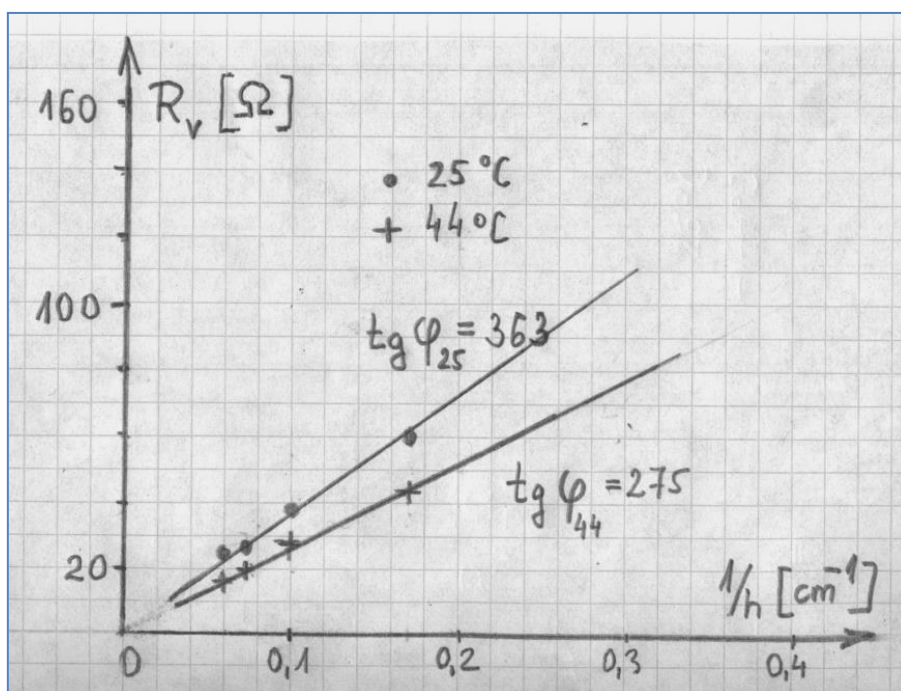
$$R = \rho \frac{l}{A},$$

ahol ρ a fém anyagát jellemző fajlagos ellenállás.

Tegyük fel, hogy hasonló összefüggés érvényes a víz elektromos ellenállására is. A fentebb felírt képletben szereplő l huzalhosszúságnak az elektródák távolsága (esetünkben $l = 1$ cm), a drót A keresztmetszetének az aktuális elektróda-felület felel meg. Az aktuális elektródafelület a bemerítési mélység (h) és a lemez szélességének (d) szorzata ($A = h \cdot d$), (esetünkben $d = 3$ cm). Az ellenállás Ohm-féle kifejezését feltételezve tehát a víz-ellenállás értéke:

$$R_v = \rho_v \frac{l}{h \cdot d}.$$

Mérési adataink felhasználásával a víz fajlagos ellenállása (ρ_v), mindkét hőmérsékleten meghatározható. Ennek célszerű módja az, hogy a víz egy adott hőmérsékleten meghatározott ellenállását (R_v) az elektródák bemerülési mélység reciprokanak ($1/h$) függvényében ábrázoljuk. A két különböző hőmérsékletű esetre adódó grafikonokat az ábra mutatja.



A mérési pontokra, mindkét hőmérséklet esetén egyenes illeszthető. Ez igazolja, hogy a víz esetén is alkalmazható az ellenállás Ohm-féle formulája. A két különböző hőmérsékleten az egyenes meredeksége eltérő. A meredekség ($\text{tg}\varphi$) számértéke a grafikonokról leolvasható. A meredekség alapján meghatározható a víz fajlagos ellenállása a két hőmérsékleten. Az egyenes

$$R_v = \rho_v \frac{l}{h \cdot d} = \frac{\rho_v \cdot l}{d} \cdot \frac{1}{h}$$

egyenlete értelmében

$$\text{tg}\alpha = \frac{\rho_v \cdot l}{d},$$

ahonnan a víz fajlagos ellenállása kifejezhető

$$\rho_v = \frac{d \cdot \text{tg}\alpha}{l}.$$

A numerikus értékek behelyettesítése után ($d=3\text{cm}$, $l=1\text{ cm}$) a víz fajlagos ellenállása:

$$\begin{array}{ll} 25\text{ }^{\circ}\text{C-on} & \rho_v = 1089 \quad \Omega\text{cm}, \\ 44\text{ }^{\circ}\text{C-on} & \rho_v = 825 \quad \Omega\text{cm} \end{array}$$

Eredményeink alapján megállapíthatjuk, hogy a víz fajlagos ellenállása csökken a hőmérséklet növekedésével. Ez a fémeknél tapasztalható változással ellentétes értelmű: a fémek fajlagos ellenállása nő a hőmérséklettel. A lényegi különbségre az áramvezetés eltérő mikro-mechanizmusában találjuk a magyarázatot. A fémekben szabad elektronok vezetik az áramot, az elektronok szabad áramlását a rácsatomok hőmozgása (rezgése) nehezíti, ez az oka az ellenállásnak. A csapvíz csekély vezetését a benne lévő ionok vándorlása biztosítja. Az ionvándorlás annál könnyebb, minél kisebb a folyadék belső súrlódása. A belső súrlódás a hőmérséklet növekedtével csökken, ahogy azt más folyadékok (pl. olajok) esetén a hétköznapi életben gyakran tapasztaljuk.

Kiegészítő megjegyzés:

Az ionok mozgékonyasága a hőmérséklet növekedésével exponenciálisan növekszik. A víz elektromos ellenállása az ion-mozgékonyasághoz hasonló exponenciális hőmérsékletfüggést mutat. Ez egyszerűen igazolható, ha legalább 4-5 különböző hőmérsékleten megismétljük iménti mérésünket és a kapott ellenállásértékek logaritmusát $1/T$ függvényében ábrázoljuk (T a Kelvin-fokokban mért abszolút hőmérsékletet jelenti). Az exponenciális függvénykapcsolatot igazolja, ha a grafikon pontjaira egyenes illeszkedik.

13. Az áramforrás paramétereinek vizsgálata

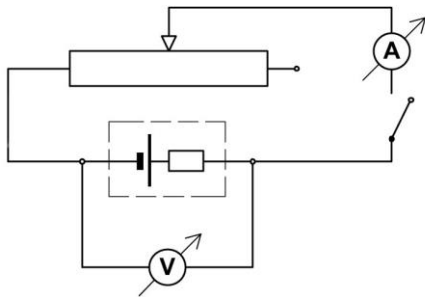
Feladat:

Feszültség és árammérés alapján határozza meg az áramforrás (szárakelem) jellemző adatait: belső ellenállását, elektromotoros erejét, rövidzárási áramát!

Szükséges eszközök:

4,5 V-os laposelem, vagy dobozba foglalt áramforrás két banánhüvely kivezetéssel, feszültségmérő, árammérő, 10-20 Ω -os és 4-5 A –rel terhelhető tolóellenállás, kapcsoló, röpszinórok, krokodilcsipesz .

A kísérlet összeállítását a kapcsolási rajz mutatja



Változtatható ellenállásként 10-20 ohmos, 4-5 A-rel terhelhető tolóellenállást alkalmazunk. A tolóellenállás csúszkájának eltolásával az áramkörbe bekötött ellenállás változtatható. Az árammérő műszert az ellenállással sorosan, a feszültségmérőt a teleppel párhuzamosan kapcsoljuk. A kapcsoló zárása után a műszerek által mutatott értékek a csúszka helyzetétől függenek.

A mérés leírása

Állítsa össze a mérést! A csúszka helyzetét változtatva legalább négy pontban olvassa le az áram és a kapocsfeszültség összetartozó értékeit!

A mérési adatokat foglalja táblázatba, majd ábrázolja feszültség – áram grafikonon!

A grafikon alapján határozza meg a telep jellemző adatait.

Figyelmeztetés!

A változtatható ellenállás csúszkáját ne tolja szélső helyzetekig!

Az árammérő műszert a legnagyobb méréshatáron használja!

A kapcsolót csak a mérések idejére zárja, hogy feleslegesen ne fogyassza a telep energiáját!

Megoldás

A leírás szerint elvégzett mérés adatait ábrázoljuk feszültség – áram grafikonon!

A grafikont az ábra mutatja.

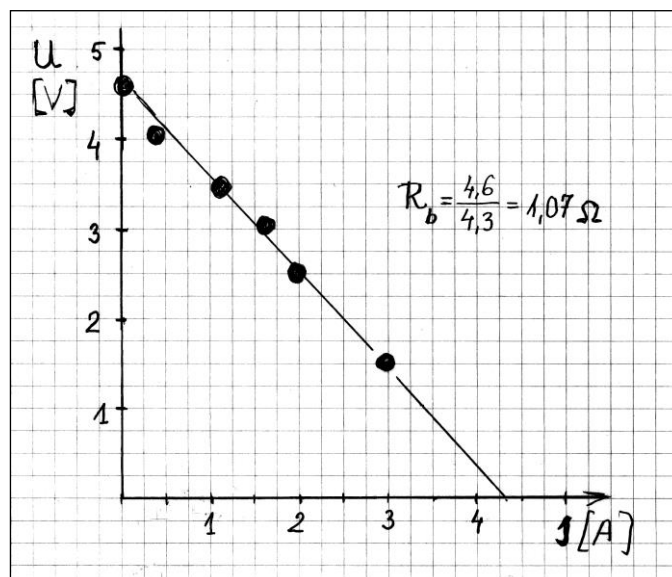
A mérési pontokra egyenes illeszthető, melynek feszültségtengellyel adódó metszéspontja az elektromotoros erőt, másik tengelymetszete pedig a telep rövidzárási áramát adja. A két tengelymetszet hányadosa – az egyenes meredeksége – a telep belső ellenállásának értékét adja.

A mérésünk szerint a telep elektromotoros ereje

$$E = 4,6 \text{ V.}$$

belső ellenállása

$$R_b = 1,07 \Omega.$$



Megjegyzés:

A belső ellenállás az áramforrások jellemző adata, mely az áramforrás működésével kapcsolatos. A galvánelemek esetén az elektromos energiát a telepben lezajló kémiai reakciók biztosítják. A kémiai folyamat biztosítja az ellentétes töltések felhalmozódását a telep sarkain. A terheletlen telep feszültségét (E) a kémiai folyamat töltésszétválasztó képessége szabja meg. Ha a telepet áramkörbe kötjük, a töltések a vezetéken keresztül az ellentétes pólusra vándorolnak és ott semlegesítődnek. A töltésutánpótlást a telep belsejében folyó kémiai reakció biztosítja, de a folytonos töltésáramlás miatt a telep sarkain a töltésfelhalmozás (és ezáltal a mérhető feszültség) értéke elmarad a terheletlen telepétől. Az elektromotoros erő és a kapocsfeszültség különbsége annál nagyobb, minél erősebb a töltésáramlás, illetve minél lassabb a kémiai reakció. A galvánelemek belső ellenállása tehát nem a fémek ellenállásához hasonló, hanem a kémiai reakciók véges sebességének a következménye, ami olyan hatást kelt, mintha a telep belsejében ellenállás lenne. Az elmondottak alapján válik magyarázhatóvá a telepek belső ellenállásának változása. A friss telepek sok reakcióképes kémiai anyagot tartalmaznak, ezért ezekben a kémiai reakció sebessége nagyobb, mint a kimerülőben lévő telepekben, ahol a kémiai „üzemanyag” már fogytán van. A friss telepek belső ellenállása tehát viszonylag kicsi, a használat során a belső ellenállás növekszik. Mivel a kémiai folyamatok reakciósebessége a hőmérséklet emelkedésével nő, a telep belső ellenállása a hőmérséklet emelkedésével csökken. A belső ellenállásnak ez utóbbi hőmérsékletfüggése is jelzi a belső ellenállás és a fémek vezetékek ellenállásának eltérő jellegét.

A belső ellenállás nem csak a galvánelemekre, hanem elektronikus tápegységekre is jellemző, bár a jelenség mögött más fizikai folyamatok állnak.

14. Zseblámpaizzó ellenállásának mérése Wheatstone-híddal

Feladat:

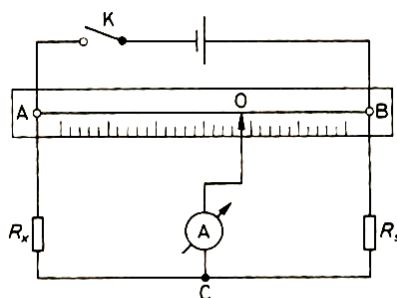
Mérje meg a kiadott zseblámpaizzó wolframból készült izzószálának ellenállását Wheatstone-híddal! A méréséhez használjon három különböző (ismert) értékű segédellenállást!

Szükséges eszközök:

Zseblámpaizzó (3,5 V, 0,2 A) foglalatban, 3 db különböző értékű ellenállás, megadva az ellenállások névleges értékét (ajánlott ellenállásértékek: $\approx 100\ \Omega$, $\approx 50\ \Omega$, $\approx 5\ \Omega$), 1 m hosszú ellenálláshuzal ($\approx 11\ \Omega/\text{m}$), két végén kialakított elektromos csatlakozóval, cm skálával ellátott deszkalapra kifeszítve, 1,5 V-os góliát elem, Morse-kapcsoló, röpszinórok, árammérő Deprez-műszer (forgótekerces, állandó mágnesű árammérő).

A mérés leírása:

A rendelkezésre álló eszközök felhasználásával állítsa össze az ábrán látható kapcsolást!



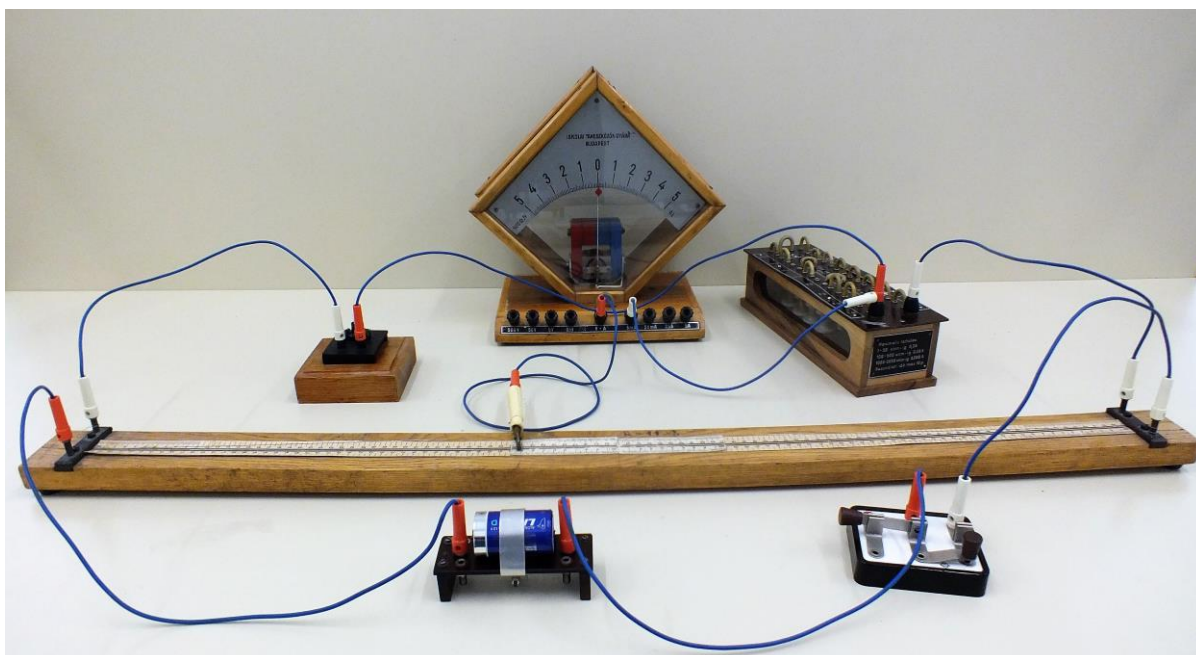
A zseblámpaizzót kösse az R_x mérendő ellenállás helyére, az ismert értékű ellenállásokat rendre az R_s segédellenállás helyére! Az árammérő műszert először a legnagyobb méréshatáron használja!

- A csúszka megfelelő pozicionálásával egyensúlyozza ki a hidat és olvassa le a csúszka helyzetét az egyenes vezető egyik végpontjától mérve! Ezt ismételje meg mindhárom segédellenállás alkalmazásával!

- A mérési adatokat foglalja táblázatba és számítsa ki minden mérés esetén az izzószál ellenállásának értékét! - Magyarázza a kapott eredményeket!

Megoldás

A megadott rajz szerinti kapcsolást a fotó mutatja. Az R_x ellenállás helyére kapcsoltuk a zseblámpaizzót. Mivel a feladat szerint legalább három ismert segédellenállással kell elvégezni a mérést, ezért az áramkörbe, az R_s segédellenállás helyére, ellenállásszekrényt kötöttünk be. Az ellenállásszekrény megfelelő dugaszainak kihúzásával egyszerűen, változtatható az áramkörbe kapcsolt ellenállás aktuális értéke.



A hídkapcsolás kiegyensúlyozását jelző „null-műszerként” forgótekerces demonstrációs árammérőt használtunk, amit az alaplapszer direkt bemenetén keresztül kötöttük az áramkörbe. A mérés során az 0 csúszó kontaktust addig tologatjuk az ellenálláshuzalon, amíg az árammérő műszer a kapcsoló zárása után sem mutat áramot a kapcsolás 0 és C pontjai közt. Ez azt jelenti, hogy az ellenálláshuzal A0 szakaszán eső feszültség megegyezik a zsebizzón eső feszültséggel, illetve az ellenálláshuzal 0B pontjai közt ugyanakkora a feszültség, mint R_s segédellenálláson eső. Ekkor beszélünk a híd egyensúlyáról. Fejezzük ki a feszültségviszonyokat áramokkal! A telepből kifolyó áram az A és B csomópontok közt két ágban folyik. Jelölje a zsebizzón és a segédellenálláson átfolyó áramot I_1 , a kifeszített ellenálláshuzalon folyó áramot I_2 egyenes vezetőhuzalon folyó. A híd feszültségegyensúlyát leíró egyenletek így

$$R_x I_1 = R_1 I_2$$

$$R_s I_1 = R_2 I_2,$$

ahol R_1 és R_2 a kifeszített ellenálláshuzal csúszkával kettéosztott két darabjának az ellenállása. Az első egyenletet a másodikkal elosztva kapjuk

$$\frac{R_x}{R_s} = \frac{R_1}{R_2}.$$

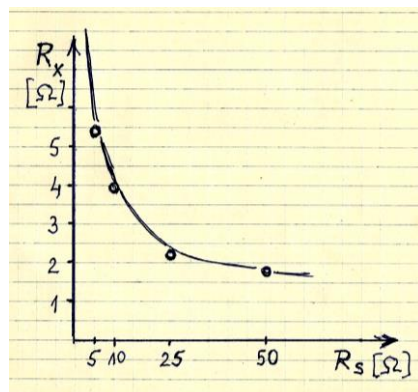
Az ellenállások aránya megegyezik a csúszkával kettéosztott ellenálláshuzal két darabjának hosszarányával. A huzaldarabok hossza a drót melletti mm-skálán közvetlenül leolvasható. Ezt felhasználva a zsebizzó keresett ellenállása tehát a segédellenállás ismert értékével és a lemért huzalhosszúságok arányával megadható:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R_s$$

A mérési eredményeket a táblázat tartalmazza.

R_s segédellenállás (Ω)	5	10	25	50
Az ellenálláshuzal l_1 hossza (cm)	52	28	8,2	3,5
Az ellenálláshuzal l_2 hossza (cm)	48	72	91,8	96,5
A zsebizzó ellenállása: $R_x = \frac{l_1}{l_2} R_s$ (Ω)	5,42	3,9	2,2	1,8

A mérési tapasztalatok szerint a zsebizzó mért ellenállása függ a hídba kapcsolt segédellenállás értékétől. A segédellenállás értékének növekedésével a lámpa mért ellenállása csökken. Az adatok kapcsolatát az ábra grafikonja szemlélteti.



A mérési tapasztalatot a fémek ellenállásának erős hőmérsékletfüggésével magyarázhatjuk. A segédellenállás csökkentése növeli a vele sorba kötött lámpán átfolyó áramot. A nagyobb áram fokozódó mértékben melegíti az izzószálat és így növeli a lámpa ellenállását.

A zsebizzó megadott paramétereinek felhasználásával tájékozódó számítást végezhetünk az izzó üzemi ellenállására is. A jól világító zseblámpaizzó megadott üzemi feszültsége 3,5V, terhelő árama 0,2 A. Innen a zsebizzó üzemi ellenállása

$$R = U/I = 3,5/0,2 \approx 17,5 \, \Omega$$

értéknek adódik, ami lényegesen nagyobb az általunk használt legkisebb segédellenállással kapott értéknél is. Ez összhangban áll azzal a megfigyeléssel, hogy a mérésünk során a lámpa nem világít, sőt még halványizzása sem figyelhető meg.

Megjegyzés:

A fémek ellenállásának hőmérsékletfüggésétől függően az átfolyó áram melegíti a vezetőt, és így befolyásolja annak ellenállását is. Az ellenállásmérés során figyeljünk arra, hogy a kapcsolóval csak a mérés idejére kapcsoljuk rá a telepet a Wheatstone-hídra!

15. Félvezető (termisztor) ellenállásának hőmérsékletfüggése Termisztoros hőmérő készítése

Feladat:

Vizsgálja meg a termisztor ellenállásának hőmérsékletfüggését és készítsen kalibrációs grafikont az ellenállás-hőmérőhöz!

Végezzen hőmérsékletmérést a termisztor-hőmérővel !

Szükséges eszközök:

Termisztor, ellenállásmérő üzemmódba kapcsolható univerzális mérőműszer, főzőpohár, hideg csapvíz tartóedényben, forró víz termosztóban, kisebb pohár a víz adagolásához, nagyobb vízgyűjtő edény, folyadékos iskolai bothőmérő, mm-papír

(A méréshez ajánlott a kereskedelemben 400Ω , 680Ω , $1k\Omega$ jelöléssel kapható termisztor.

A termisztor kivezetéseit forrasszuk banándugóban végződő hajlékony szigetelt vezetékekhez (röpszínórokhoz). A termisztorból kivezető fémdrót szigetelésére ún. „zsugorcso” ajánlott, amely megmelegítve rázsugorodik a fémzárra. A zsugorcso termisztor felé eső végén egy csepp szilikonnal tehetjük tökéletessé a szigetelést.)

A mérés leírása

A termosztóból öntsön forró vizet a főzőpohárba és helyezze bele a folyadékos hőmérőt! Csatlakoztassa a termisztor ellenállásmérő műszerhez, majd merítse be a vízbe. Ha a folyadékos hőmérő megállapodott, és a termisztor ellenállásának értéke sem változik, olvassa le a műszereket és jegyezze fel értéktáblázatba az adatokat! Változtassa fokozatosan a víz hőmérsékletét! Ehhez a meleg víz egy részét öntse ki a pohárból és pótolja csapvízzel! Összekeverés után várja meg, amíg a hőmérő és az ellenállásmérő értéke stabilizálódik és olvassa le az értékeket! Így változtatva a hőmérsékletet mérjen legalább 5-6 pontban!

- *A mérési adatok alapján ábrázolja grafikonon a termisztor ellenállásának hőmérsékletfüggését!*

- *A termisztor két ujjá közé szorítva határozza meg a testhőmérsékletét! (A kapott ellenállás-hőmérséklet karakterisztikát tekintse a termisztor-hőmérő kalibrációs grafikonjának!)*

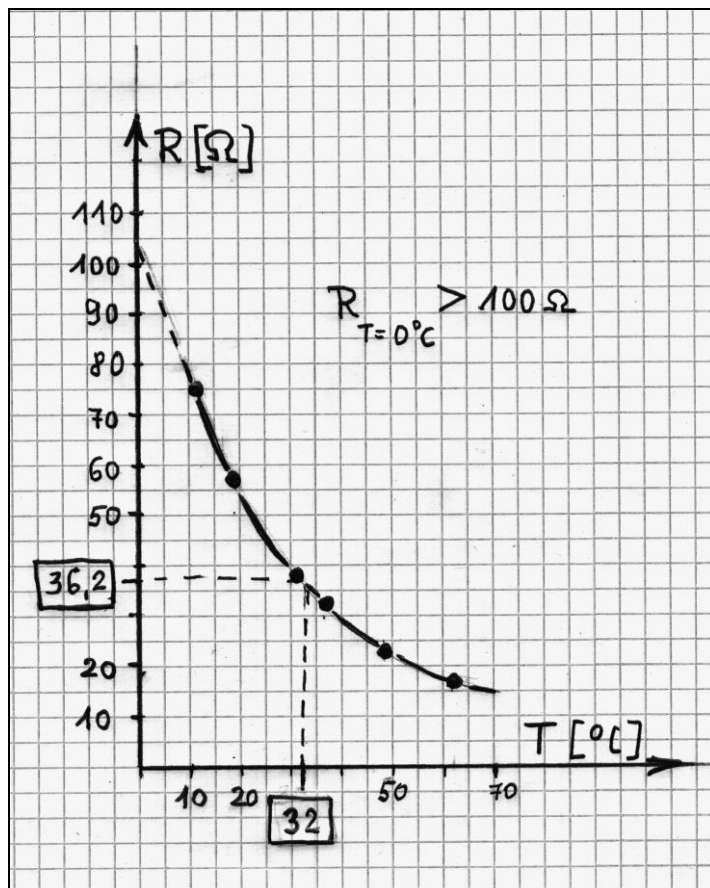
- *Becsülje meg mekkora lenne a termisztor-hőmérő ellenállása olvadó jégben!*

Megoldás

A tiszta félvezetők ellenállása erősen függ a hőmérséklettől. A függvénykapcsolat ismeretében az ellenállás méréséből a hőmérsékletre lehet következtetni. Ezen az elven működik a félvezető ellenállás-hőmérő az ún. „termisztor”. Az ellenállásmérést digitális multiméterrel, ellenállásmérés üzemmódban végezzük. Ebben az üzemmódban a műszer néhány voltos belső áramforrása működik, és rövidzár esetén 1-2 mA áramot ad le. A mérés során tehát az ellenállásra jutó teljesítmény csekély, melegítő hatása elhanyagolható. A mérendő hőmérsékletet a termisztor hőkapacitásánál lényegesen nagyobb vízmennyiség hőmérsékletével

– a meleg és hideg víz keverési arányával állítjuk be. A víz hőmérsékletét folyadékos hőmérővel mérjük.

T (°C)	61	48	36	31	19	12
R (ohm)	15,8	22,0	32,7	38,4	57	75,2



A próbamérés eredményeit az értéktáblázat foglalja össze. Az értékpárokat ábrázolva kapjuk a termisztor ellenállás-hőmérséklet karakterisztikáját. A bemutatott grafikonon jól látszik, hogy az ellenállás hőmérsékletfüggése nem lineáris. A hőmérséklet csökkenésével az ellenállás rohamosan nő. A mérési pontokra illesztett görbe a termisztor-hőmérő kalibrációs grafikonjaként használható. Ezt illusztráljuk, amikor a feladat szerint a termisztort két ujjunk közé szorítva mérjük az ellenállást és az ellenállás értékéből a grafikon segítségével meghatározzuk a két ujjunk közötti hőmérsékletet. A kb. lencse nagyságú és alakú termisztort két ujjunk közé szorítva megvártuk, amíg beállt a hőmérsékleti egyensúly (1-2 perc) majd leolvastuk a digitális műszeren az ellenállást. A grafikon függőleges tengelyén kikerestük a mért értéket és vízszintes egyenest húzva megkerestük a grafikon ehhez tartozó pontját, majd függőleges vetítéssel meghatároztuk a hőmérsékletet. A grafikonon bekeretezve tüntettük fel a mért ellenállást (36,2 Ω) és az ennek alapján kapott hőmérsékletet. Két ujjunk közt a hőmérséklet kb. 32 °C.

A feladat szerint meg kell becsülni mekkora lenne a termisztor ellenállása olvadó jégben (0 °C). Mivel a karakterisztika mért tartománya nem terjed ilyen alacsony hőmérsékletre és a R-T függvény nem lineáris, csak hozzávetőleges értéket tudunk megadni. A kimért görbe szerint az ellenállás rohamosan nő a hőmérséklet csökkenésével. Mivel a függvény emelkedését nehezen tudjuk megbecsülni, lineáris közelítést alkalmazhatunk. A mért grafikon felső szakaszához illeszkedő (érintő) egyenessel folytatjuk a görbét és meghatározzuk, hogy mekkora ellenállás

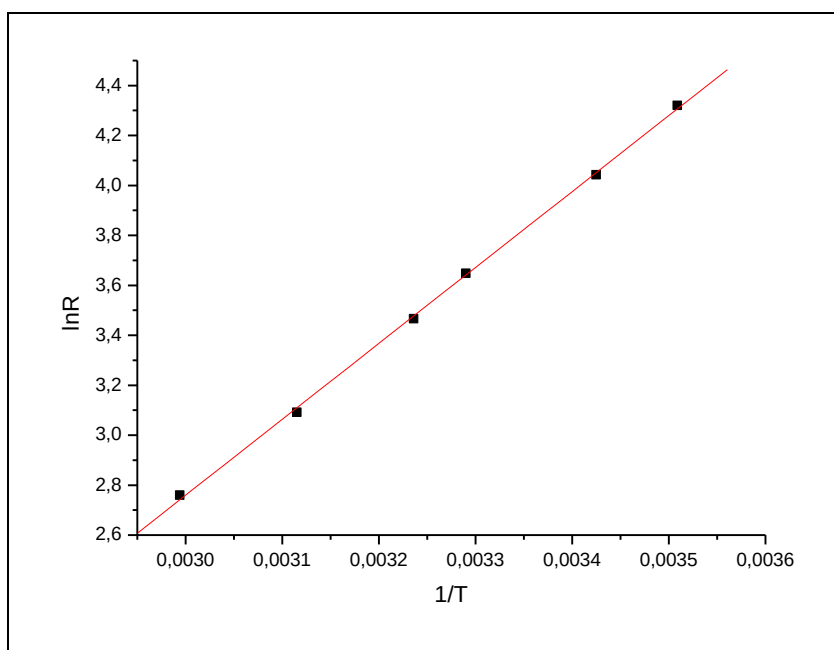
tartozna így a 0 °C hőmérséklethez. Az extrapoláció egyenesét szaggatottan rajzoltuk az ábrán. E szerint a keresett ellenállás értéke ≈ 100 ohm. A lineáris extrapoláció miatt ez kisebb a termisztor 0 °C –on várható ellenállásánál.

Kiegészítés

Néhány évvel ezelőtt a gimnáziumi fizika tananyag része volt a félvezetők elektromos tulajdonságainak szerkezeti értelmezése. A tiszta félvezetők ellenállását a töltéshordozók hőmérséklettel exponenciálisan változó száma határozza meg. Az ellenállás hőmérsékletfüggését az

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{kT}}$$

függvény írja le. A kitevő értékét az anyag energiasáv-szerkezetére jellemző ΔE energia-érték és a T abszolút hőmérséklethez rendelhető átlagos termikus energia (kT) aránya határozza meg. Az abszolút hőmérséklet a kitevő nevezőjében szerepel, így, ha a hőmérséklet csökken, a kitevő értéke nő. Az ellenállás exponenciális hőmérsékletfüggését mérési adataink segítségével igazolhatjuk. Ehhez a mért ellenállásértékek logaritmusát ($\ln R$) az abszolút hőmérséklet reciprokának függvényében kell ábrázolnunk.



A pontok lineáris elhelyezkedése igazolja az exponenciális függvénykapcsolatot. A kapott egyenes meredekségét a grafikonról leolvastva meghatározható a félvezetőt jellemző ΔE szerkezeti energia-érték, az ún. „tilos energiasáv” szélessége.

A linearizált grafikon segítségével a termisztor 0 °C-os ellenállása is egyszerűen meghatározható.

16. Hagyományos izzólámpa és energiatakarékos „kompakt” lámpa relatív fénytéljesítményének összehasonlítása

Feladat:

Hasonlítsa össze mérései alapján a hagyományos izzólámpa és az energiatakarékos „kompakt”-lámpa relatív fénytéljesítményét (a kibocsátott fénytéljesítmény és a felvett elektromos teljesítmény arányát)!

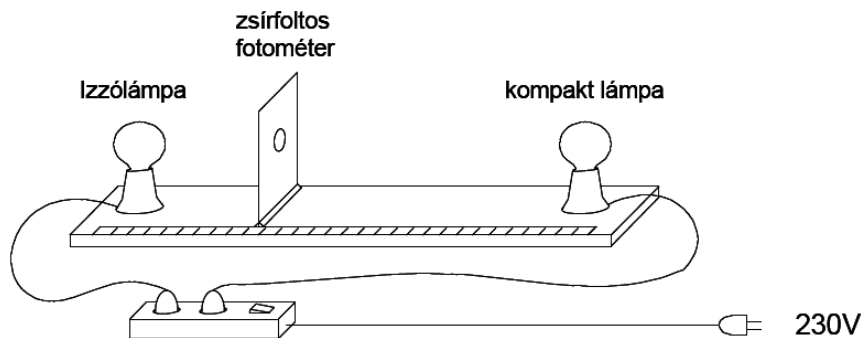
Zsírfortos fotométer segítségével határozza meg a két lámpa távolságát, amikor azok fénytéljesítménye az ernyőn megegyezik! A lámpák névleges elektromos paramétereit felhasználva határozza meg a lámpák relatív fénytéljesítményének arányát!

Szükséges eszközök:

Ismert névleges teljesítményű, hálózati izzólámpa és kompaktlámpa (a lámpák gömb alakú opál-búrájúak) álló foglalatban, földelt, biztonsági dugaszú csatlakozással, kapcsolóval ellátott hálózati biztonsági elosztó aljzat, zsírfortos fotométer, mérőszalag

A mérés leírása:

Helyezze el egymással szemben a két lámpát, kb. 1 méter távolságban, majd a két lámpa közé, a lámpákat összekötő egyenesre merőlegesen a zsírfortos papír-ernyőt! Az összeállítást az ábra mutatja.



A lámpák bekapcsolása után az ernyő egyik oldalát az egyik, a másik oldalát a másik lámpa fénye világítja meg. A megvilágítás erőssége változik, ha az ernyőt elmozdítjuk a lámpákat összekötő egyenes mentén. (A gömb alakú opál lámpák fénykibocsátását gömbszimmetrikusnak tekinthetjük, amelyik lámpához közelebb kerül az ernyő annak megvilágítása négyzetesen nő, a másiké, amitől távolabb kerül azé ugyanígy csökken). Az ernyő mozgatásával keresse meg azt a helyzetet, amikor az ernyő mindkét lámpából azonos megvilágítást kap, azaz, amikor az ernyőn lévő zsírfort mindkét oldalról nézve hasonló megvilágítású, mint az ernyő többi része.

- *Mérje meg ebben a helyzetben az ernyő távolságát mindkét lámpától, majd a lámpák névleges teljesítményét alapul véve határozza meg a relatív fénytéljesítmények arányát!*

Megjegyzés

A zsírfortos fotométer egyszerű, házilag elkészíthető eszköz: talpra szerelt, fehér papírlapból készített 10x10 cm méretű ernyő, közepén kb. 10 forintos nagyságú zsírforttal. A folt átmenő fényben világosabb, visszavert fényben sötétebb a papírernyő környező részénél. Ha az ernyő mindkét oldalról azonos intenzitású megvilágítást kap, a folt egybeolvad az ernyővel.

Megoldás

Jelölje a hagyományos izzó fénytéljesítményét Q_1 , elektromos teljesítményét P_1 , illetve a kompakt-lámpa fénytéljesítményét Q_2 , elektromos teljesítményét P_2 ! A relatív fénytéljesítmény a két lámpára

$$\eta_1 = \frac{Q_1}{P_1}, \text{ illetve } \eta_2 = \frac{Q_2}{P_2}.$$

Mindkét gömb alakú, opál búrájú lámpa gömb-szimmetrikusan sugároz. A kisugárzott fénytéljesítmény a lámpától r távolságban a $4r^2\pi$ gömbfelületen oszlik meg. A zsírfoltos fotométer jó beállítása esetén az A területű zsírfoltra eső fénytéljesítmény a két lámpától azonos, tehát

$$\frac{Q_1}{4r_1^2\pi} \cdot A = \frac{Q_2}{4r_2^2\pi} \cdot A,$$

ahol r_1 az izzólámpa középpontjának, r_2 a kompakt-lámpa középpontjának a zsírfolttól mért távolsága.

Fejezzük ki mindkét lámpa esetén a fénytéljesítményt a relatív fénytéljesítménnyel és helyettesítsük az egyenletbe:

$$\frac{P_1\eta_1}{r_1^2} = \frac{P_2\eta_2}{r_2^2}$$

A két lámpa összehasonlítására használjuk a relatív fénytéljesítmények arányát!

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_2r_1^2}{P_1r_2^2}$$

Az általunk vizsgált izzólámpa névleges elektromos teljesítménye (ráírva a lámpára) $P_1 = 75$ W, a kompakt-lámpáé $P_2 = 7$ W. A zsírfolt egyenlő megvilágítása esetén az izzólámpa mért távolsága $r_1 = 67$ cm, a kompakt-lámpáé $r_2 = 33$ cm. Az adatok felhasználásával a fénytéljesítmények aránya

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = 0,38$$

Eredményünk szerint a kompakt-lámpa mintegy 2,5-szeresen hatékonyabb mint a hagyományos izzólámpa.

17. A víz törésmutatójának meghatározása

Feladat:

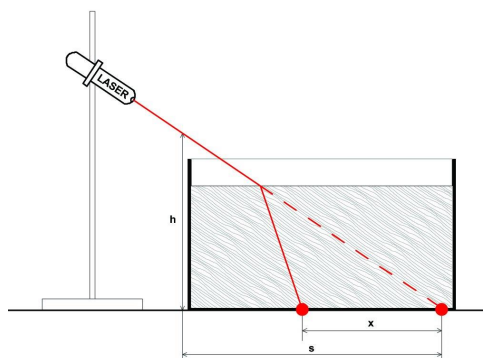
Állítsa össze és végezze el a leírt kísérletet!

Mérési adatai alapján határozza meg a víz levegőre vonatkoztatott törésmutatóját!

Szükséges eszközök:

Vékony falú, sík aljú üveg- vagy műanyagkád (ragasztott akvárium), lézerdiódával működő ún. előadási lézer-fénymutató, milliméter-papír, mérőszalag, Bunsen-állvány dióval, kémcsőfogóval (a lézer rögzítésére), tálca, tiszta víz tárolóedényben.

A kísérlet összeállítási rajzát az ábra mutatja.



A mérés leírása

Az üres üvegekád alá helyezze el a mm-papírt! A lézert rögzítse a befogóba és irányítsa ferdén a kád aljára. (Célszerű a lézert a lehető leglaposabb szögbe állítani úgy, hogy a fényfolt a kád oldalához közel, a mm-papír egy osztásvonalára essék.) A kád fényforrás felőli oldalánál mérje meg a ferde lézersugár magasságát (h) és a kád alján a fényfolt távolságát (s)!

Töltsön fokozatosan egyre több vizet a kádba! Mérje a vízszint magasságát és a lézerfolt eltolódásának mértékét (x) a kád alján! (Ez utóbbit a mm-papír segítségével olvassa le!)

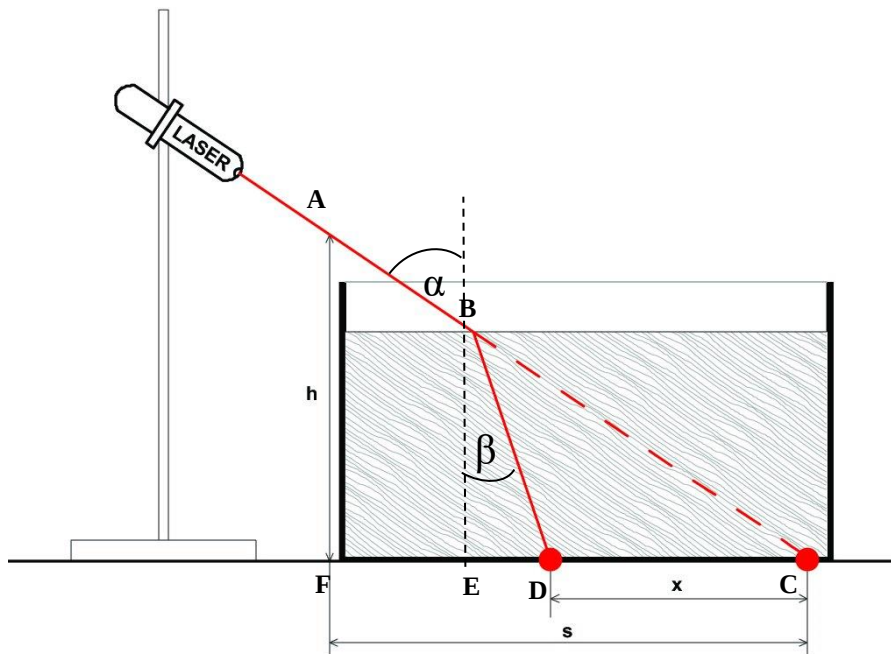
- Értelmezze a fényfolt eltolódását a kád alján!
- A mért adatok alapján határozza meg a víz levegőre vonatkoztatott törésmutatóját!

MEGOLDÁS

A törésmutató értéke a Snellius-Descartes-törvény alapján, mint a fénysugár beesési szöge szinuszának és a törési szög szinuszának aránya határozható meg.

Az összeállítást mutató vázlatrajzon megbetűztük a jellegzetes pontokat. Az új jelölésekkel:

$$\overline{AF} = h, \quad \overline{CD} = x, \quad \overline{CF} = h,$$



Az összeállítási rajzon bejelölt és a még üres kádban könnyen mérhető s és h hosszúságok aránya megadja a lézersugár beesési szögének tangensét

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{h} = \frac{\overline{FC}}{\overline{AF}},$$

innen α értéke meghatározható. Ha a kádba vizet töltünk a fénysugár a víz felszínén B pontban megtörik. A lézersugár irányváltását a kád alján megvilágított fénypont elmozdulása ($x = \overline{CD}$) jelzi. A törési szög tangense az ábra szerint adható meg, mint $\overline{DE}$ és $\overline{BE}$ szakaszok hányadosa:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}.$$

A $\overline{BE}$ távolság, azaz a víz magassága a kádban mérhető, a $\overline{DE}$ meghatározása közvetett módon történhet. Az ACF háromszög és a BCE háromszög hasonlóságát felhasználva kifejezhető a $\overline{CE}$ szakasz hossza, amiből kivonjuk $\overline{CD} = x$ mért távolságot, azaz

$$\overline{DE} = \overline{CE} - \overline{CD} = \frac{\overline{CF} \cdot \overline{BE}}{\overline{AF}} - \overline{CD}$$

Az elvégzett kísérlet adatai:

$$h = \overline{AF} = 38 \text{ cm}, \quad s = \overline{CF} = 30 \text{ cm}, \quad x = \overline{CD} = 4,5 \text{ cm}, \quad \overline{BE} = 17,7 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{30}{38} = 0,79 \rightarrow \sin \alpha = 0,62 \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{30}{38} - \frac{4,5}{17,7} = 0,53 \rightarrow \sin \beta = 0,47$$

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{0,62}{0,47} = 1,32.$$

18. A domború lencse fókusz távolságának meghatározása ún. Bessel-módszerrel

Feladat:

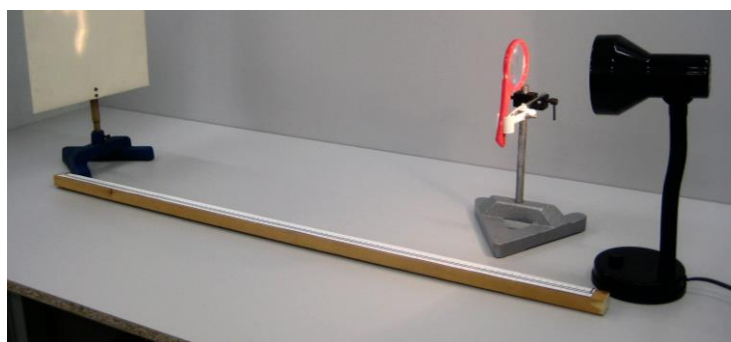
Állítsa össze a kísérleti összeállítást a leírás szerint!

Határozza meg a leírt Bessel-féle módszerrel a lencse fókusz távolságát!

Szükséges eszközök:

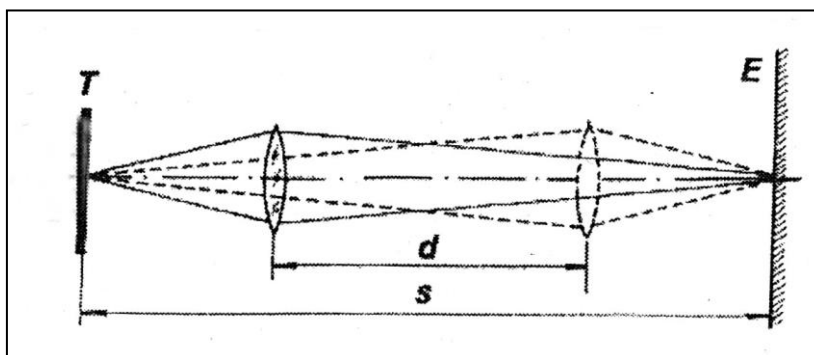
Nagyobb átmérőjű, kb. 10-20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencse üvegből vagy műanyagból, fehér papír vagy pausz ernyő, asztali lámpa 25 W-os izzóval, optikai pad 3 mozgatható lovasal, a lencse, az ernyő és a gyertya rögzítésére szolgáló befogókkal, mérőszalag.

(Ha az optikai pad a tartozékokkal nem áll rendelkezésre, megfelel a fotón bemutatott összeállítás is. A leképező lencse egyszerű kézi nagyító, az izzósál és az ernyő távolsága 1m, a lencse helyzetének változása a méterrúdra ragasztott papír mérőszalag)



A mérés leírása:

A fókusz távolság meghatározása alkalmas kísérleti technika az ún Bessel-módszer. A tárgyat és az ernyőt egymástól alkalmas távolságban rögzítjük, a távolságot (s) lemérjük és a továbbiakban nem változtatjuk. Megkeressük a tárgy és az ernyő közt azt a lencsehelyzetet, aminél éles nagyított képet látunk az ernyőn. Ezután a lencsét eltoljuk az ernyő felé addig, míg a tárgy éles kicsinyített képe megjelenik. Megmérjük a lencse elmozdításának távolságát (d). A mérés sematikus rajzát az ábra mutatja.



A lencse fókusz távolságát a mért adatokból az $f = \frac{(s+d) \cdot (s-d)}{4s}$ összefüggés alapján határozható meg.

- A két lencsehelyzet esetén felírva a leképezési törvényt igazolja a fókusz távolságra megadott formulát!
- A mérést elvégezve határozza meg a lencse fókusz távolságát!

Megjegyzés:

A Bessel-módszerrel kapott fókusz távolság pontosabb, mint amit közvetlenül kapnánk a leképezési törvény alapján, mérve a kép-és tárgy távolságot. Ez utóbbiak mérése ugyanis nem egyszerű a lencse görbülete miatt.

Megoldás

Végezzük el a mérést a leírás szerint háromszor megismételve! Esetünkben a tárgy (a tárgy az izzószál) és az ernyő beállított távolsága állandó ($s = 1\text{ m}$), a két éles kép létrehozásához a gyűjtőlencse elmozdítás távolságát mértük. A mért távolságokat és az ezek alapján számított fókusz távolság értékeket a táblázat mutatja.

	1. mérés	2. mérés	3. mérés
d (m)	0,41	0,405	0,415
f (m)	0,208	0,210	0,206

Mérési eredményként a számított fókusz távolságok átlagát tekinthetjük: A mérés pontosságát a relatív hiba (azaz az átlagtól mért legnagyobb eltérés átlaghoz viszonyított értéke).

$$f = 0,208 \pm 1\%$$

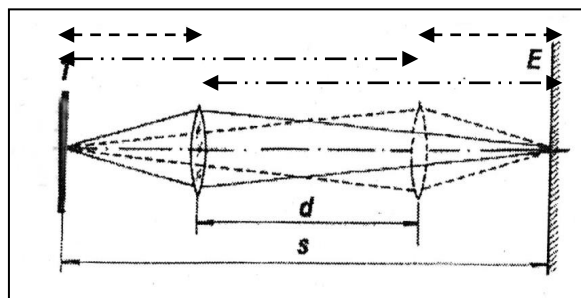
Megjegyzés

A feladatlapon közölt formula levezetéséhez abból kell kiindulnunk, hogy ugyanazon tárgy-kép távolság esetén két lencsehelyzetben kapunk éles képet. Mindkét esetre felírható a leképezési törvény:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1}, \quad \text{és} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2},$$

Felhasználjuk továbbá, hogy $t_2 = t_1 + d$, $k_2 = k_1 - d$, továbbá $k_1 + t_1 = s = k_2 + t_2$

A fenti egyenletrendszer megoldása f -re számolástechnikailag nem egyszerű feladat. Jóval elegánsabban juthatunk eredményhez, ha észrevesszük, hogy a lencse áthelyezésekor lényegében az történik, hogy a kép és a tárgy szerepet cserél. Így $t_2 = k_1$ és $k_2 = t_1$. A megadott rajz alapján $s - 2t = d$, továbbá $2k - d = s$



A leképezési törvény felírva és behelyettesítve t és k értékét kapjuk

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{s-d}{2}} + \frac{1}{\frac{s+d}{2}}.$$

A kifejezést f -re rendezve

$$f = \frac{s^2 - d^2}{4s} = \frac{(s+d) \cdot (s-d)}{4s}$$

19. A fényelhajlás jelensége optikai rácson, a fény hullámhosszának meghatározása

Feladat:

Optikai rácossal bemutatott fényelhajlási kísérlet segítségével határozza meg a fény hullámhosszát!

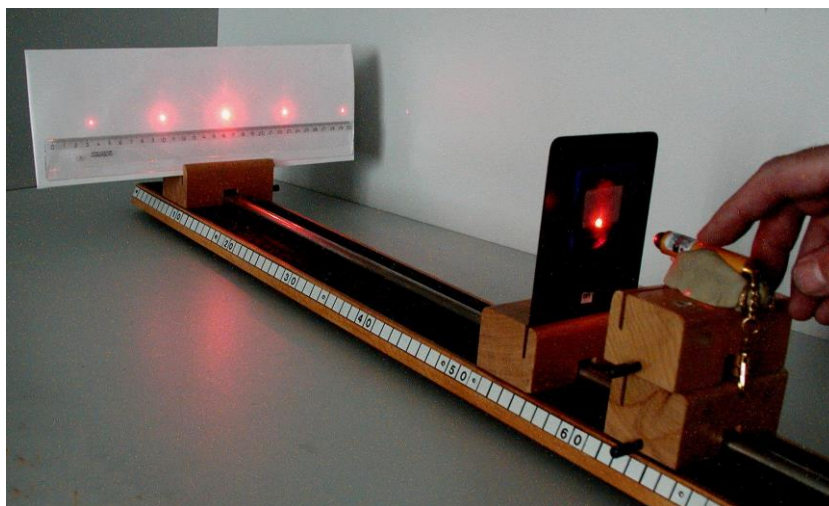
Szükséges eszközök:

Kisteljesítményű fénymutató-lézer, optikai sín lovasokkal, ernyő, ismert rácsállandójú optikai rács, mérőszalag, vonalzó

(Az optikai rács párhuzamos, egymástól egyenlő távolságra lévő rések sorozata. A szomszédos rések távolsága az ún. rácsállandó (szokásos jele d). A rácsállandót általában feltüntetik a rácson, ha mégsem, úgy azt mikroszkóppal, objektív-mikrométer segítségével lehet meghatározni.)

A mérés leírása

Az optikai sín végére rögzítsünk széles ernyőt, az ismert rácsállandójú optikai rácst helyezzük a sínen mozgatható lovasba tett diatartóba, majd a rácst világítsuk át lézerfényvel! Lézerfényforrásként kis energiájú He-Ne lézert, vagy lézerdiódával működő, olcsó, ún. fénymutató-lézert használhatunk. Ez utóbbi irányításának és rögzítésének legegyszerűbb módja az, ha a ceruzavastagságú, néhány cm hosszú eszközt játékgyurmába ágyazzuk. A kísérleti összeállítást a fotó mutatja.



A lézerfény a rácson áthaladva elhajlik. Az ernyőn szimmetrikusan megjelenő interferencia maximumok nappali világításban is jól láthatók.

- Határozza meg az optikai sín mellé helyezett mérőszalag segítségével a rács és az ernyő távolságát (L)! Mérje meg az ernyőn az első elhajlási maximum és a direkt sugár foltjának (középső, legerősebb megvilágítású folt) távolságát (h) és határozza meg a fény elhajlásának α szögét!

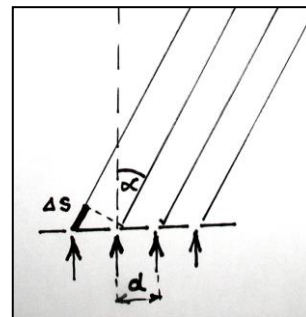
- Az optikai rácson történő fényelhajlás elmélete alapján a mért adatokból határozza meg a fény hullámhosszát!

Megoldás

A mérés elméleti háttere:

Az optikai rácsra eső fénynyaláb – fényhullám - a fényáteresztő réseken áthaladva elhajlik. A Huygens-Fresnel elv szerint minden fényáteresztő rés elemi gömbhullámok kiindulópontja. A szomszédos résekből kiinduló és párhuzamosan haladó hullámok között útkülönbség lép fel. Az útkülönbség nagyságát (Δs) a szomszédos rések távolsága (d) – a rácsállandó – és a sugarak haladási iránya (α) határozza meg:

$$\Delta s = d \cdot \sin \alpha$$



Ha az α irányban párhuzamosan haladó szomszédos fényhullámok között a Δs útkülönbség a hullámhossz egész számú többszörösével egyenlő, a fénycsugarak erősítik egymást. A rács mögött elhelyezett ernyőn ekkor az α irányban jól érzékelhető fényfoltot látunk, míg azokban az irányokban amire a fenti feltétel nem teljesül, az ernyő sötét marad.

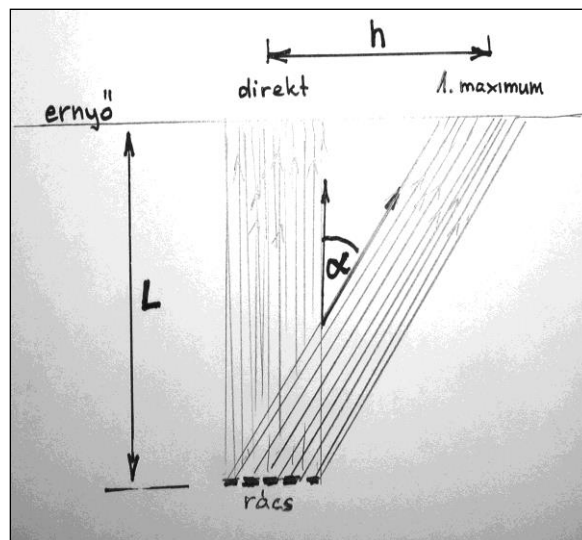
A fenti egyenlet alapján az ismert rácsállandójú optikai ráccsal végzett elhajlási kísérleteket fény hullámhosszána kiszámítására használhatjuk fel, ha α értékét kísérletileg meghatározzuk. A kísérleti leírás szerint elvégezve a méréseket az α szög tangense kiszámítható

$$\tan \alpha = \frac{h}{L}$$

Ha az L távolság lényegesen nagyobb, mint h , az α szög tangense alig tér el a szög szinuszána értékétől, így a mért arány közvetlenül behelyettesíthető a fentebb tárgyalt, interferencia-erősítés feltételét leíró egyenletbe, $\sin \alpha$ helyére.

$$d \cdot \sin \alpha \approx d \frac{h}{L} = \lambda$$

A kapott egyenletből a d rácsállandó ismeretében, a mért adatok (L , h) felhasználásával a fény λ hullámhossza kiszámítható.



A fotón látható kísérletben használt rács 200 vonalat tartalmazott milliméterenként ($d = 0,005$ mm), a rács és az ernyő távolsága $L = 40$ cm, az első elhajlási maximum és a direkt sugár fényfoltjának távolsága az ernyőn 5,5 cm. Ezeket az adatokat felhasználva a lézerfény hullámhossza $\lambda = 687 \cdot 10^{-9}$ m adódik. (A vörös fény hullámhossztartománya a táblázat szerint $720 \cdot 10^{-9} - 589 \cdot 10^{-9}$ m.)

A mérési eredmény pontosabb, ha a mérést több különböző ernyő – rács távolság esetén megismételjük és a kapott λ értékeket átlagoljuk!

20. Napelem-cella vizsgálata

Feladat:

A rendelkezésre álló eszközökből állítsa össze a kísérletet!

Mérje ki a lámpa alatt 25-30 cm távolságban elhelyezett napelem-cella feszültség - áramerősség karakterisztikáját!

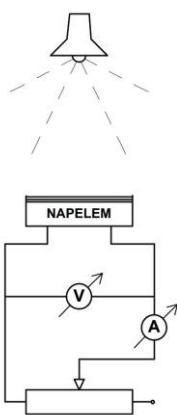
Mérési adatai alapján határozza meg a cella teljesítményének terhelésfüggését (áramerősség-függését), tegyen javaslatot a cella optimális terhelésére!

Szükséges eszközök:

Napelem-cella (pl. a napelemes kerti lámpa cellája) banándugós csatlakozással, feszültség és árammérő műszerek, 1000-1200 Ω -os 50 mA-ig terhelhető változtatható ellenállás, állítható magasságú lámpa (60-75 W), mérőszalag

A kísérlet leírása

A kísérleti összeállítást a rajz és a fotó mutatja.



A mérés leírása

Állítsa össze a kapcsolást az ábra szerint! A lámpát állítsa kb. 25 cm magasságba a napelem-cella fölé, a változtatható ellenállást állítsa maximális értékre és olvassa le a műszereken a cella feszültségének és a kör áramának értékét. Az ellenállást fokozatosan csökkentve növelje lépésről lépésre az áramot 2-3 mA-rel és minden lépés után jegyezze fel a műszerek adatait!

- A mérési adatokat foglalja táblázatba és rajzolja fel a cella feszültség – áramerősség karakterisztikáját! Értelmezze a kapott görbét!
- A mért adatok alapján határozza meg a cella teljesítményét a terhelés (áram) függvényében és az eredményt ábrázolja grafikonon!

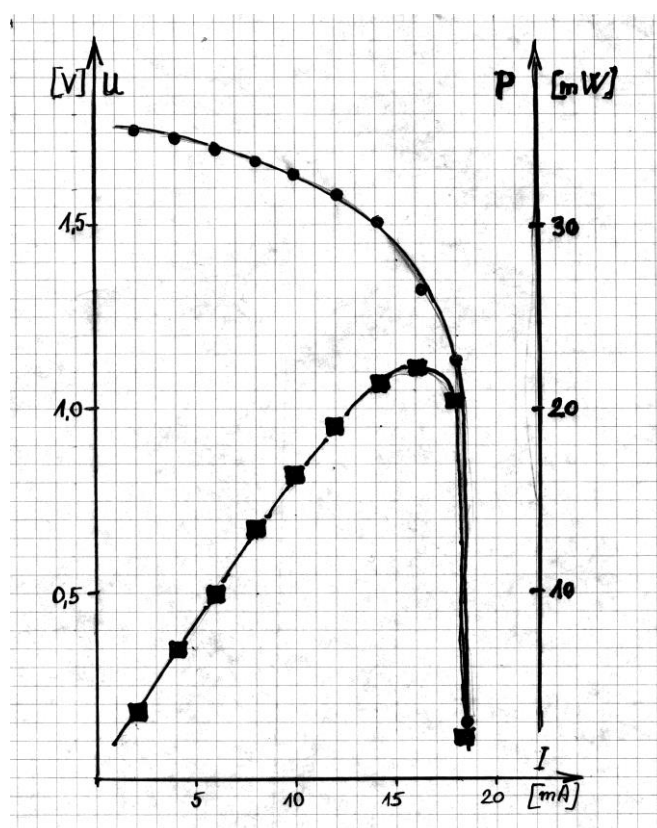
MEGOLDÁS

A mérést a mellékelt kapcsolási rajz szerinti összeállításban végezzük. A lámpa által adott térszögben kisugárzott energia a mellékelt magyarázó rajz szerint négyzetes arányban csökken a forrástól mért távolsággal. A megvilágító lámpa magassága lényegesen befolyásolja a cella felületére eső energiát. A bemutatott mérés során a kerti lámpából kiszerelt napelem-cellát 20

cm távolságban fölé helyezett 75 wattos izzólámpa világította meg. A kapcsolásban használt változtatható ellenállás teszi szabályozhatóvá a cellából kifolyó áramot. A feszültség és az áramérésére digitális kézi műszereket használtunk.

A leírás szerint elvégzett mérés adatait a táblázat, az ezek alapján rajzolt karakterisztikát, illetve a cella teljesítményének terhelésfüggését a grafikon mutatja.

U (V)	1,76	1,74	1,71	1,68	1,64	1,58	1,51	1,38	1,14	0,15
I (mA)	2	4	6	8	10	12	14,2	16,2	18	18,5
P (mW)	3,52	6,96	10,2	13,44	16,40	18,96	21,44	22,35	20,5	2,77



A feszültség – áram karakterisztikáról leolvasható, hogy a terhelés (áram) növekedésével az üresjárási feszültség eleinte lassan, majd egyre fokozódó ütemben csökken, a cella rövidzárási áramát megközelítve a feszültség hirtelen esik zérus közelébe. A cellát az adott megvilágítás mellett adódó U_0 üresjárási feszültséggel és az I_{rz} rövidzárási árammal jellemezhetjük (mérési példánkban ezek az adatok: $U_0 \approx 1,8$ V, $I_{rz} \approx 0,0185$ A,

A napelem-cella teljesítményét az összetartozó áram- és feszültség értékek szorzata adja. A teljesítmény az áram függvényében kezdetben közel lineárisan nő, majd egy maximum elérése után hirtelen csökken. Az általunk vizsgált cella maximális teljesítménye az alkalmazott megvilágítás esetén kb. 22,5 mW.