

TOVÁBBKÉPZÉS ANYAGA

KÖZÉPISKOLAI FIZIKATANÁROK SZAKTÁRGYI TOVÁBBKÉPZÉSE

A fizika tehetséggondozás már bevált módszerei és új utak keresése

Időpont: 2017. október 13. péntek, 10⁰⁰ – 15⁰⁰ óra

Helyszín: PPKE Információs Technológiai és Bionikai Kar
1083 Budapest, Práter u. 50/a, 239-es terem

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

A dimenzióanalízis, mint hasznos módszer a tehetséggondozásban

Hömöstre Mihály

Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest / ELTE TTK Anyagfizikai Tanszék, Budapest

Absztrakt. A magyar középiskolákban nem túlságosan ismert dimenzióanalízis egy érdekes és a fizikai megismerési folyamatot jól modellező módszer, mellyel elsősorban érdeklődő diákjainknak adhatunk új eszközt. Bár a dimenzióanalízis elsősorban matematikai eszközöket használ, mégis a bemutatott példákban is jól látszik, hogy a módszer alkalmazása jó alkalmat jelent a tanulói kísérletezésre és nagyban szélesíti a középiskolában is tárgyalható fizikai jelenségek körét.

1. Bevezető gondolatok

A dimenzióanalízis, bár első ránézésre erősen matematikai módszernek tűnhet, valójában egy jó módszer arra, hogy diákjaink találkozzanak a fizikai megismerés és felfedezés folyamatával. A módszer sajátossága, hogy viszonylag kevés kísérleti-mérési eljárást igényel, még ha a kísérlet végsősoron nélkülözhetetlen része is. A dimenzióanalízis alkalmazásakor sok esetben komolyabb matematikai ismereteket is (pl. mátrixok) használnak, amit az - átlagos - középiskolai oktatásban el kell kerülni. Cserében a középiskolában alkalmazható dimenzióanalízis komolyabb előzetes fizikai megfontolásokat igényel a diáktól, s így önkéntelenül is alaposan át kell gondolni a különböző fizikai mennyiségek közötti összefüggéseket, kapcsolatokat. Az egyszerűbb problémák - mint pl. szabadesés, vízszintes hajítás stb. - esetében persze lehetőség van kísérleti ellenőrzésre is, ami jól mutatja diákjainknak a módszer létjogosultságát, alkalmazhatóságát. Ha a módszer ügyes alkalmazása esetén később, az összetettebb, de talán egyben érdekesebb problémák esetében is sikerül megmaradni a középiskolai matematika szintjén, olyan eszközt adhatunk diákjaink kezébe, mely a későbbi – esetleg – kutatómunkájuk során is komoly segítséget adhat. Emellett, a diákok középiskola utáni tanulmányaitól függetlenül a dimenzióanalízis sokat segíthet a sokrétű, összefüggésekben való gondolkozás fejlesztésére is.

Mi a dimenzió és mi a dimenzióanalízis (középiskolai nyelven)?

A fizikai mennyiség dimenziója az adott mennyiség „nagyságának” „vonatkoztatási alapját” határozza meg [1]. A dimenziók a választott mértékegység rendszertől függetlenül koherens

rendszer alkotnak. A dimenzióanalízis célja, a vizsgált fizikai mennyiséget/jelenséget befolyásoló tényezők feltárása, hogy ezáltal képet kaphassunk a jelenségről. Meghatározó, hogy a felállított összefüggésnek a paraméterek dimenzióira nézve is helytállónak kell lennie. Ha a vizsgálatban nem vesszük figyelembe minden olyan tényezőt, amely a jelenséget befolyásolja, akkor felállított egyenletünk vagy dimenzionálisan nem lesz helyes, vagy elvileg hibás eredményre vezethet. A dimenzióanalízisnek, mint módszernek az előnye, hogy egy matematikai összefüggés felállítása több változó esetében is egyszerűen végrehajtható. Hátránya, hogy félempirikus egyenletet kapunk, tehát néhány gyakorlati mérést elkerülhetlenné tesz, valamint a meghatározó paraméterek kiválasztása nagy körültekintést igényel [1]!

A középiskolai levezetések során az alábbi a logikai menetet célszerű követni, miszerint:

- 1.: Nem felejtethetjük el, hogy az általunk alkotott összefüggéstől alapelvárás, hogy annak két „oldalán” a dimenziók megegyezzenek.
- 2.: Végig kell gondolnunk, vajon mitől függhet az általunk vizsgált mennyiség.
- 3.: Egyszerű és jól érthető korábbi fizikai ismereteinket is segítségül hívjuk – szükség esetén.

Fontos kérdés még, hogy milyen függvény formájában keressük a keresett mennyiségünkre az összefüggést. A dimenzionálhatóság megtartásához a lehetséges változók hatványfüggvényei adódnak. Mellettük természetesen kaphatunk még dimenzió mentes függvényt ill. függvényeket is. Az általános dimenzióanalízissel kapott összefüggés alakja például lehet $X = C \cdot a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \cdot \dots \cdot \Phi(\omega_1, \omega_2, \dots)$, ahol X a keresett fizikai mennyiség, C egy dimenzió nélküli konstans, $a, b, c \dots$ pedig az adott fizikai mennyiséget befolyásoló fizikai mennyiségek, $\Phi(\omega_1, \omega_2, \dots)$ pedig a lehetséges változókból képzett dimenziómentes függvény. A hatványfüggvények szorzása megtartja nekünk a dimenzionálhatóság feltételeit, a $\Phi(\omega_1, \omega_2, \dots)$ függvényről pedig esetleg további mérésekkel vagy további megfontolásokkal kaphatunk információt [1].

A dimenzióanalízist a tudomány rengeteg területén alkalmazzák, mint például: aerodinamika és áramlástan (Prandtl, Kármán!), hullámtan (Lord Rayleigh), diffúzió és hőterjedés, földtudomány, bionika, vagy vérkeringési modellek. Általában elmondható, hogy olyan esetekben nyúlnak a kutatók és mérnökök a dimenzióanalízis módszeréhez, amikor az mélyebb összefüggések nem ismertek, és a szükséges elvégzendő kísérletek vagy nagyon drágák vagy veszélyesek [1,2].

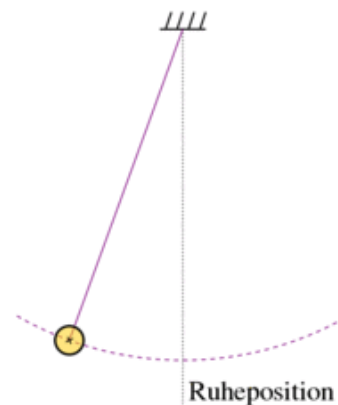
A középiskolában természetesen más céllal hasznos a dimenzióanalízis alkalmazása. A dimenzióanalízis célja számunkra annak bemutatása, hogyan lehet ezzel a módszerrel olyan fizikai összefüggéseket feltárni, melyekre nincsen más – középiskolában elsősorban matematikai – eszközünk. Emellett az egyértelmű cél és haszon mellett, diákjaink számára átélhetővé válhat egy-egy komplett fizikai megismerési folyamat, mely nagyban segítheti a fizikai gondolkodás hatékonyabbá tételét. A módszer egyszerűségét és használhatóságát az alább bemutatott példák teszik egyértelművé.

2. Konkrét példák az osztályból

Matematikai inga lengésideje

Talán a legegyszerűbb, – kicsit talán – ismertebb példa a dimenzióanalízis alkalmazására, a matematikai inga lengésidejének meghatározása.

A megoldáshoz és a módszer megismeréséhez egyaránt a legfontosabb, hogy gyűjtsük össze diákjaink segítségével, hogy mitől függhet az inga lengésideje? A diákok által adott tipikus válaszok az alábbi mennyiségek: az inga hossza l , az ingatest tömege m , a nehézségi gyorsulás g és a kitérítés szöge φ (sokszor a lengés amplitúdójaként megnevezve).



1. ábra: Matematikai inga sematikus ábrája
(https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematisches_Pendel)

Ez esetben az inga lengésidejét megadó összefüggést az alábbi alakban keressük:

$$T = C \cdot l^{\alpha} \cdot g^{\beta} \cdot m^{\gamma} \cdot \Phi(\varphi) \quad (1)$$

Hogy azonban az egyes mennyiségekhez tartozó dimenziók jobban látszódnának, írjuk fel a középiskolában hasznosnak tűnő SI mértékegységrendszerben az alábbi módon fogalmazható „dimenzionális” alakot:

$$s = 1 \cdot m^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \cdot kg^{\gamma} \cdot \Phi(\varphi) \quad (2)$$

A (2)-t a jobb érthetőség kedvéért kicsit bővítsünk a nem „látható” mértékegységekkel:

$$s^1 \cdot m^0 \cdot kg^0 = 1 \cdot m^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \cdot kg^{\gamma} \cdot \Phi(\varphi) \quad (3)$$

és oldjuk meg a mértékegységekre felírható egyenletrendszert:

$$s: 1 = -2\beta \quad m: 0 = \alpha + \beta \quad kg: 0 = \gamma. \quad (4)$$

Az így kapott egyenletrendszer az alábbi megoldásokat adja:

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \beta = -\frac{1}{2} \quad \gamma = 0$$

Melyeket az (1) egyenletbe behelyettesítve (kis kitérések esetére meghatározott konstanssal):

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot C \cdot \Phi(\varphi) = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

egyenletet kapjuk. $C \cdot \Phi(\varphi)$ értéke kis kitérések esetén – bonyolult – integrálszámítással vagy egyszerű tanulói méréssel jó közelítéssel megadható. A középiskolában természetesen a mérés elvégzése a célravezetőbb – persze ezt (is) csoportja válogatja.

Az itt bemutatott példa jól mutatja a dimenzióanalízis gondolatmentét és egyszerű alkalmazhatóságát. A matematikai inga lengésidejének vizsgálatából látszik, hogyan képes a dimenzióanalízis a megfelelő összefüggések vagy akár függetlenségek (itt a tömegtől való függetlenség) felfedezésére is! Emellett, tanári szempontból kifejezetten fontos, hogy a módszer egyik leghangsúlyosabb üzenete, hogy kísérlet vagy mérés nélkül nem kaphatunk pontos képet a fizikai jelenségekről.

Szabadesés ideje

A szabadesés idejét természetesen nagyon sok féleképpen, elsősorban persze kísérleti módszerekkel célszerű a középiskolai órákon tárgyalni. Megfelelő érdeklődésű és –matematikai – tudású csoportokban azonban akár alapórán is megismertethetjük diákjainkat a dimenzióanalízis módszerével. Szünet előtti, vagy dolgozat előtti ismétlő vagy gyakorló jellegű órán, a dimenzióanalízis segítségével is elmélyíthetjük, gyakorolhatjuk a szabadesés témakörében tanult ismereteket. Az ismétlés mellett természetesen továbbra is hasznos, hogy a teljes kép kialakításához mindenképpen szükség van egy rövid órai mérés beiktatására, hiszen a C konstans meghatározása úgy a legegyszerűbb.

A módszer kezdő lépése itt is a következő: gondoljuk végig, mitől függhet egy szabadon eső test esési ideje? A diákok által tipikusan adott válaszok: a test kezdeti helyzetének h magassága, a g nehézségi gyorsulás, illetve a test m tömege. Ez esetben a szabadesés idejét meghatározó összefüggést az alábbi alakban keressük:

$$t = C \cdot h^\alpha \cdot g^\beta \cdot m^\gamma \quad (6)$$

Hogy az egyes mennyiségekhez tartozó dimenziók jobban látszódnak, írjuk fel a „dimenzionális” alakot:

$$s = 1 \cdot m^\alpha \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^\beta \cdot kg^\gamma \quad (7)$$

A mértékegységek által meghatározott egyenletrendszer megoldásai a következők:

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \beta = -\frac{1}{2} \quad \gamma = 0$$

amiket a (6) egyenletbe visszaírva az alábbi összefüggést kapjuk:

$$t = C \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (8)$$

A (8) egyenletben a C értékét tanulói méréssel határozhatjuk meg, mely jó közelítéssel $C \approx 1,414$, azaz $\sqrt{2}$ értéket jelent. A méréssel kapott érték persze sosem lesz tökéletesen pontos, de diákjainknak elmondhatjuk, hogy egyéb matematikai megfontolás esetén ténylegesen $C = \sqrt{2}$ értéket kapnánk. (8) egyenletbe C értékét behelyettesítve és átrendezve persze a diákok által is jól ismert négyzetes út-idő összefüggést kaphatjuk:

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad (9)$$

Vízszintes hajítás távolsága

Egy másik egyszerű, de tanulságos, és megfelelő helyen és időben elhelyezve akár az alapórán is érdekes probléma lehet, a h magasságból v kezdősebességű vízszintes hajítás távolságát meghatározó összefüggés feltárása. Ezt a jelenséget már inkább csak tehetségesebb, érdeklődő csoportok esetében célszerű tárgyalni, mert a megoldás nem lesz annyira triviális, mint az előző esetben. Ezen esetben, a közegellenállás elhanyagolhatóságát feltételezve, gyorsan jöhetnek diákjainktól a relevánsnak tűnő paraméterek: a kilövés magassága és kezdősebessége, s kis rávezetés után, – vagy jó esetben anélkül – a nehézségi gyorsulás szerepét is említhetik a diákok. Emellett természetesen gyakran elhangozhat a lövedék tömege is, amit a jobb szemléltetés érdekében most is jelenítsünk meg a kezdeti egyenletben:

$$x = C \cdot h^\alpha \cdot v^\beta \cdot g^\gamma \cdot m^\delta \quad (10)$$

ahol x a kilövés vízszintes távolsága, C egy dimenziómentes szám, h a kilövés helyének magassága, v a kilövés vízszintes irányú kezdeti sebessége, g a nehézségi gyorsulás értéke, m a lövedék tömege, α , β , φ és δ pedig a keresett hatványkitevők. Egy esetleges $\Phi(h,v,g,m)$ dimenziótlan függvény tárgyalásától jelen esetben is eltekinthetünk, lehetséges fizikai jelentése ugyanis jócskán túlmutatna a szükséges szintnél. Dimenziókra megfogalmazva a fenti egyenlet az alábbi alakot kapja:

$$m = 1 \cdot m^\alpha \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^\beta \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^\varphi \cdot kg^\delta \quad (11a)$$

Kis számolgatás után kiderül, hogy a (11a) egyenletre sajnos nem kaphatunk egyértelmű megoldást, hiszen több az ismeretlenünk, mint a független dimenzionális egyenletünk. Ilyenkor célszerű egy egyszerű, jól ismert összefüggést itt is felhasználnunk: jelen esetben a mozgások függetlenségének elvét. Ezt most úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a hosszúság dimenziójú mennyiségeket a mozgás szempontjából két különböző csoportba, m_x vízszintes (x és v esetén) és m_y függőleges (h és g esetén) hosszúságokba osztjuk. Így a (11a) egyenlet a következőképp módosul:

$$m_x = 1 \cdot m_y^\alpha \cdot \left(\frac{m_x}{s}\right)^\beta \cdot \left(\frac{m_y}{s^2}\right)^\varphi \cdot kg^\delta \quad (11b)$$

$$m_x: 1 = \beta, \quad m_y: 0 = \alpha + \varphi, \quad s: 0 = -\beta - 2\varphi, \quad kg: 0 = \delta$$

Ezek megoldásával kapjuk, hogy $\alpha = 0,5$, $\beta = 1$, $\varphi = -0,5$ és $\delta = 0$. Látszik, hogy a hajítás maximális távolsága a lövedék tömegétől független, s értékére az alábbi összefüggés adódik:

$$x = C \cdot v \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (12)$$

A tehetségesebb diákok persze azonnal észreveszik a szabadesés idejére kapott (8) összefüggéssel való hasonlóságot, s így nem csak a C értékét tudják gyorsan meghatározni, de a mozgások függetlenségének elve is visszaköszön az eredmény matematikai alakjában.

Az eddig bemutatott példák talán éppen egyszerűségük miatt alkalmasak arra, hogy *akár* a nem kifejezetten fizikai érdeklődésű csoportoknak is bemutassuk a dimenzióanalízist, ezt az érdekes és hasznos modellalkotási módszert.

3. Konkrét példa a fakultációs csoportból – Hőmérsékleti sugárzás

A hőmérsékleti sugárzás a 2017-től érvényes érettségi követelményekben megjelenik, bár csak kvalitatív szinten. Ez gyakorlatilag nem jelent többet, mint azt, hogy diákoknak ismerniük kell, hogy a testek hőmérsékletüktől függő mértékben elektromágneses sugárzás formájában energiát sugároznak ki. Emeltszintű fakultációs csoportban résztvevő diákok számára a hőmérsékleti sugárzás alaposabb tanulmányozása nagyban segítheti az érettségi követelményekben „nagyvonalúan” megfogalmazott hősugárzás pontosabb, és a diákok fizikai világképébe jobban illeszkedő megértését.

A szokott módon, most is gondoljuk végig, hogy mely fizikai mennyiségek befolyásolják hőmérsékleti sugárzás P teljesítményét! A tanulók gondolatai alapján felvetődő mennyiségek: a test mérete pl. az R sugár, illetve A felület, a test T hőmérséklete, elektromágneses sugárzás lévén a c fénysebesség, illetve a hőmérséklet és az energia között kapcsolatot teremtő k Boltzmann-állandó. Mivel azonban az energia kvantált formában sugárzódik ki ill. nyelődik el, ezért megoldásunkhoz nélkülözhetetlen lesz a h Planck-állandó használata is [3]. Ennek megfelelően a keresett összefüggést az alábbi alakban írhatjuk fel:

$$P = C \cdot k^\alpha \cdot h^\beta \cdot c^\gamma \cdot T^\delta \cdot A^\varepsilon \quad (13)$$

Ismét azzal a nehézséggel kell szembenéznünk, hogy az ismeretlen hatványok száma több, mint a dimenziók segítségével felírható összefüggések száma. Ezért megint használjunk egy korábbi „ismeretet”: a leadott hőteljesítmény minden eddigi tapasztalatunk szerint arányos a teljesítményt leadó felülettel, azaz: $\varepsilon = 1$. Így a megoldandó dimenzionális egyenlet:

$$\frac{kg \cdot m^2}{s^3} = 1 \cdot \left(\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{kg \cdot m^2}{s} \right)^\beta \cdot \left(\frac{m}{s} \right)^\gamma \cdot K^\delta \cdot m^2 \quad (14)$$

amelynek megoldását az alábbi egyenletrendszer megoldásával kaphatjuk:

$$\begin{aligned} kg: & 1 = \alpha + \beta \\ m: & 2 = 2\alpha + 2\beta + \gamma + 2 \\ s: & -3 = -2\alpha - \beta - \gamma \\ K: & 0 = -\alpha + \delta \end{aligned}$$

Ez a (13) és (14) összefüggésekben szereplő dimenziókra – hosszúság (m), idő (s), tömeg (kg), és hőmérséklet (K) – adta egyenletrendszer megoldásai: $\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = -2, \delta = 4$, azaz:

$$P = C \cdot \frac{k^4}{h^3 \cdot c^2} \cdot A \cdot T^4 \quad (15)$$

ami a Stefan-Boltzmann-törvény ismert alakja.

Megjegyzés: a Stefan-Boltzmann-törvény hagyományos $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ alakjában a σ állandó értéke hivatalosan: $\sigma = \frac{2\pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$.

4. Szappanbuborék

2017-től az érettségi témák közé került a felületi feszültség és az áramlástan jelenségek is. Ezekhez a témákhoz természetesen sok érdekes kísérletet mutathatunk be az érettségire készülő csoportokban. Egy ilyen érdekes kísérlet lehet, egy szappanbuborék leeresztésének idejét vizsgáló feladat is.

A diákjaimmal vizsgált feladat, mely korábban hasonló alakban, az akkori technikai lehetőségek miatt OKTV mérési feladatnak minősült, majd később kicsit megváltozva KöMaL számolós feladatként (P.4600.) jelent meg, a következő volt: „*Határozd meg egy rövid szívószálon át felfújít, majd azon keresztül leengedő szappanbuborék leeresztési idejét a buborék átmérőjének függvényében! Számításaid méréssel ellenőrizd!*”

A feladat egyszerre ad lehetőséget a felületi feszültséggel és az áramlástannal kapcsolatos gondolatok és ismeretek felelevenítésére és alkalmazására. Emellett a diákok által könnyen, akár otthon is elvégezhető kísérlet jelent, mely alkalmas lehet a dimenzióanalízis mellett modern – emeltszintű érettségien is elvárt – mérési eljárás ismereteinek megszerzésére vagy gyakorlására.

A feladatban keresett összefüggést dimenzióanalízissel középiskolás ismeretek alkalmazásával kaphatjuk meg, s eredményünket a Tracker videóelemző programmal könnyen ellenőrizhetjük. Az összefüggés feltárásához ismét gondoljuk végig, mitől függhet a leeresztés ideje? A diákok által – esetleg kis tanári segítséggel – adható lehetséges válaszok az alábbiak lehetnek: D buborék átmérője, d szívószál átmérője, σ a buborék anyagának felületi feszültség, ρ a kiáramló gáz (levegő) sűrűsége. Az összefüggést az alábbi alakban kereshetjük:

$$t = C \cdot D^\alpha \cdot d^\beta \cdot \sigma^\gamma \cdot \rho^\delta \cdot \Phi\left(\frac{\rho_{lev}}{\rho_{foly}}, \frac{D}{d}\right) \quad (16)$$

A középiskolában a megfelelő közelítéseket – állandó levegősűrűség, a szappanhártya sűrűségének vízéval való közelítése, a rövid csövön belüli áramlás súrlódásának elhanyagolása stb. – elfogadva, (16) egyenletből a dimenziómentes függvényt elhagyjuk, s az alábbi egyenletet kapjuk:

$$t = C \cdot D^\alpha \cdot d^\beta \cdot \sigma^\gamma \cdot \rho^\delta. \quad (17)$$

(17) egyenlet dimenzionális alakját felírva:

$$s = 1 \cdot m^\alpha \cdot m^\beta \cdot \left(\frac{kg}{s^2}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{kg}{m^3}\right)^\delta \quad (18)$$

Látszik, hogy több a változók által meghatározott ismeretlen, mint a dimenziók (mértékegységek) által meghatározott egyenlet. Így valamilyen – ismert – összefüggést még fel kell használnunk. Mivel itt a levegő lassú áramlásának idejét vizsgáljuk, a levegő sűrűségét állandónak vehetjük. Így felírhatjuk a kontinuitási-törvényt:

$$A \cdot v = Q = \frac{V}{t} = konst. \quad (19)$$

ahol A az áramlási tér keresztmetszete, v az áramlás sebessége, Q az áramlás térfogati sebessége, V a kiáramló gáz térfogata t pedig az áramlás ideje. (19) egyenletet átrendezve adott térfogat és áramlási sebesség esetén az kiáramlás (leeresztés) ideje és a kiáramlási – jelen esetben kör – keresztmetszete között a (20) egyenlet szerinti fordított arányosság áll írható fel:

$$t = \frac{V}{v} \cdot \frac{1}{d^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \quad (20)$$

(20) egyenletből látható, hogy a (17) egyenletben megfogalmazott szívószál átmérőjétől való függést a $\beta = -2$ hatvány adja meg helyesen. A (18) egyenlet által felírható egyenletrendszer tehát:

$$\begin{aligned} \beta &= -2 \\ s: 1 &= -2\gamma \\ m: 0 &= \alpha + \beta - 3\delta \\ kg: 0 &= \gamma + \delta \end{aligned}$$

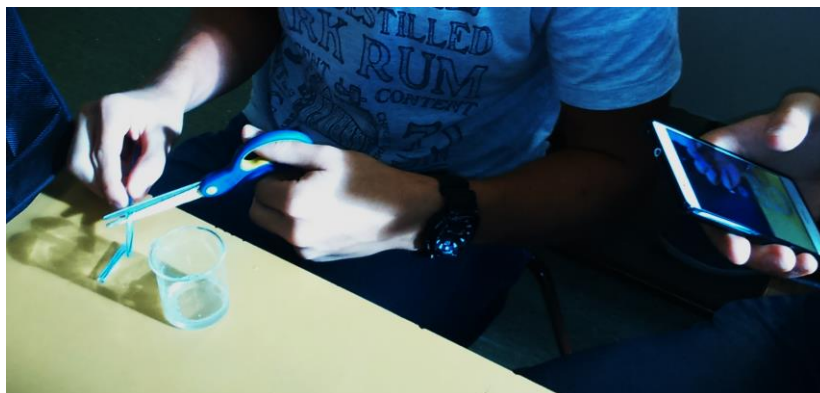
aminek megoldása: $\alpha = 3,5$, $\beta = -2$, $\gamma = -0,5$, $\delta = 0,5$. A leeresztés idejét megadó összefüggés tehát:

$$t = C \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\sigma}} \cdot \frac{D^{3,5}}{d^2} \quad (21)$$

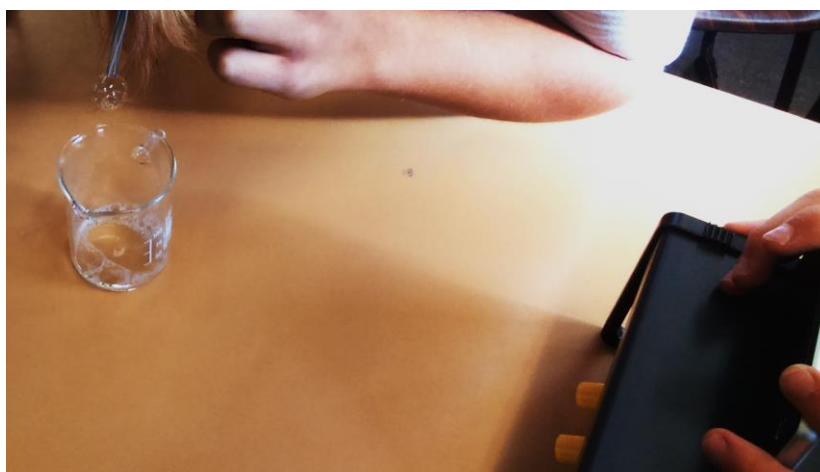
A dimenzióanalízissel kapott összefüggésünket természetesen mérésekkel is ellenőrizhetjük. Elvileg lehetőségünk lehet a σ felületi feszültség változtatására – és mérésére –, a szívószál d átmérőjének változtatására – több fajta szívószál használatával –, és a buborék kezdeti D átmérőjének változtatására. Ezek közül természetesen a legegyszerűbben megoldható, és talán egyben leglátványosabb is a t leeresztési idő D átmérőtől való függésének kísérlettel való ellenőrzése. Ehhez végezzük el a szappanbuborékok felfújását és leeresztését, majd a leeresztés folyamatát vegyük videóra. Ehhez csupán néhány szívószálra, kevés mosogatószerre, ollóra, kis poharakra, némi vízre és okostelefonokra van szükség (2. és 3. ábra).

A különböző szappanbuborékok leeresztését sötét háttérrel videóra véve, majd azokat a Tracker programba feltöltve elemezhetjük a leeresztés folyamatát. A szívószál ismert átmérőjét használhatjuk a hosszúság meghatározásához. A leeresztés kezdőpillanatától kezdve mérhetjük egy virtuális „mérőszalag” segítségével a buborék átmérőjét a kipukkadás pillanatáig (4.a és 4.b. ábra).

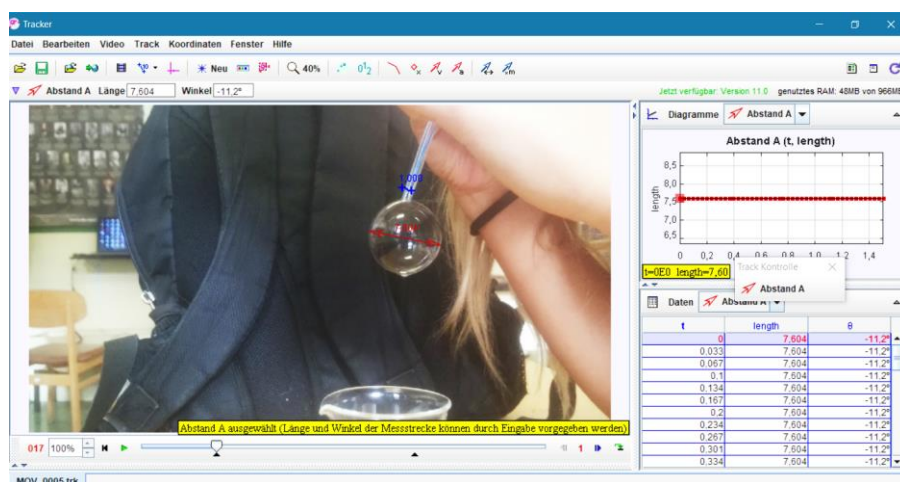
Eredményeinket Excel-ben ábrázolhatjuk először t - D grafikonon, majd t - $D^{3,5}$ grafikonon egyaránt (5.a és 5.b ábra).



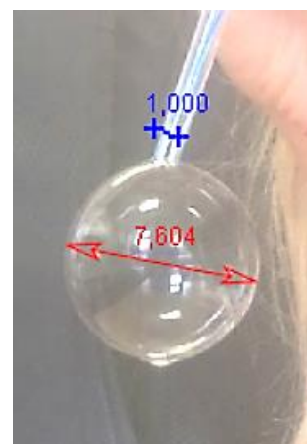
2. ábra: Kísérleti összeállítás készítése



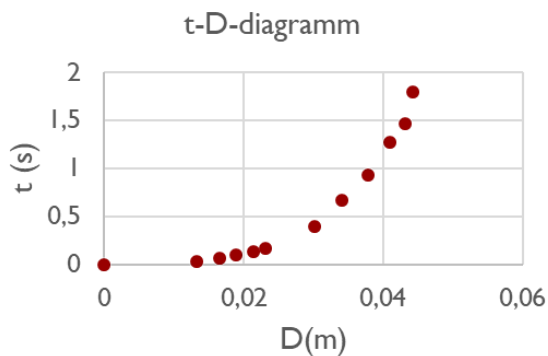
3. ábra: A leeresztés videóra vétele



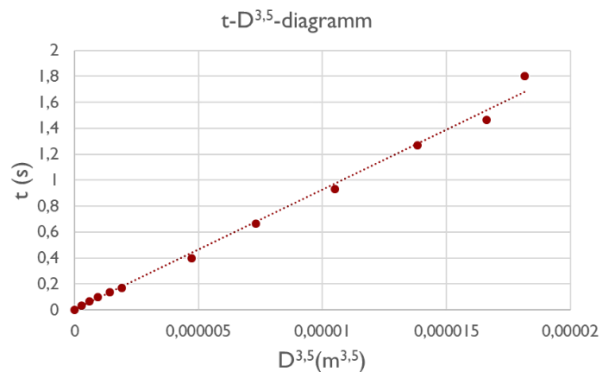
4.a ábra: Videóelemzés Trackerben



4.b ábra: Átmérő mérése Trackerben



5.a: t-D-diagramm



5.b ábra: t-D^{3,5}-diagramm illesztett egyenessel

Az 5.b ábrán jól látható, hogy az elméleti úton meghatározott összefüggést a mérési eredmény szépen alátámasztja. A szappanbuborékkal – akár projekt munka keretében – végzett munka sokrétűen mutatja be a fizikai megismerési folyamat sok esetben eléggé összetett voltát: az elméleti ismeretek mellett fontos azok megfelelő alkalmazása, a jó kísérleti érzék és akár a modern technológia megfelelő alkalmazása is hasznos lehet.

5. Összefoglalás

Mint ahogy az itt bemutatott példák is mutatják, a dimenzióanalízis nem arra való, hogy a már bevált módszereket leváltsa, arra sok esetben nyilván nem is alkalmas, s nem is ez a célja. Azonban az itt leírt példák alapján remélhetőleg látható, hogy a dimenzióanalízis módszere sok esetben a középiskolai tehetséggondozás hasznos kiegészítése lehet. Amellett, hogy dimenzióanalízis segítségével középiskolai ismereteket felhasználva nyithatunk a fizika – részben itt is bemutatott – új területei felé, diákjaink számára érdekes kísérletezéssel – is – színesebbé és hasznosabbá tett fizikaórákat vagy szakköri foglalkozásokat szervezhetünk.

Irodalomjegyzék

1. Szirtes Ádám: Dimenzióanalízis és alkalmazott modellelmélet, Typotex kiadó, Budapest, 2006
2. Thomas A. McMahon, John Tyler Bonner: Form und Leben, Spektrum der Wissenschaft mbH Co., Heidelberg, 1985
3. Hömöstrei Mihály: Dimenzióanalízis és modellek, in: Fizikatanítás tartalmasan és érdekesen, Szerkesztők: Juhász András, Tél Tamás, Kiadja az ELTE Fizika Doktori Iskola, 281. oldal, 2009