

KVANTUMFIZIKA TANÍTSUK? MIT ÉS HOGYAN?

TASNÁDI PÉTER
ELTE TTK

SZÉCHENYI  2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



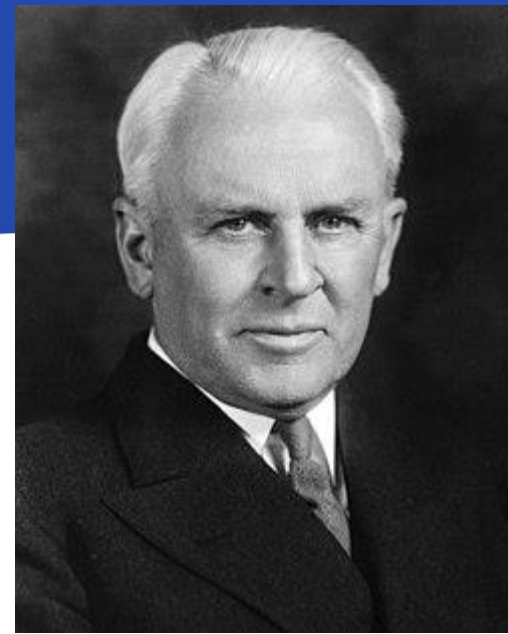
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

- Bevezetés
 - Mit gondoltak a klasszikusok? (Einstein, Schrödinger, Feynman)
 - Tanítsuk? (Alkalmazások, Divatos témák)
 - A tanítás útjai
 - Történeti (hagyományos) alapú
 - Fogalmi alapú
 - Egy modern irányzat: A poláros fény analógia
- A kulcspontok
 - De Broglie hullám és a kétréses interferencia kísérletek
 - A hullámfüggvény
 - A szuperpozíció elv
 - Paradoxonok (EPR, Schrödinger macskája, Aspect kísérlet)
- Értelmezési kérdések
 - <https://www.youtube.com/watch?v=Ec4t-a1XHEI>

KÉTELYEK: MILLIKAN

- **Millikan** nem hitt a fotoeffektus magyarázatában

– *„I spent ten years of my life testing that 1905 equation of Einstein's and contrary to all my expectations, I was compelled to assert its unambiguous verification in spite of its unreasonableness.” (1949)*

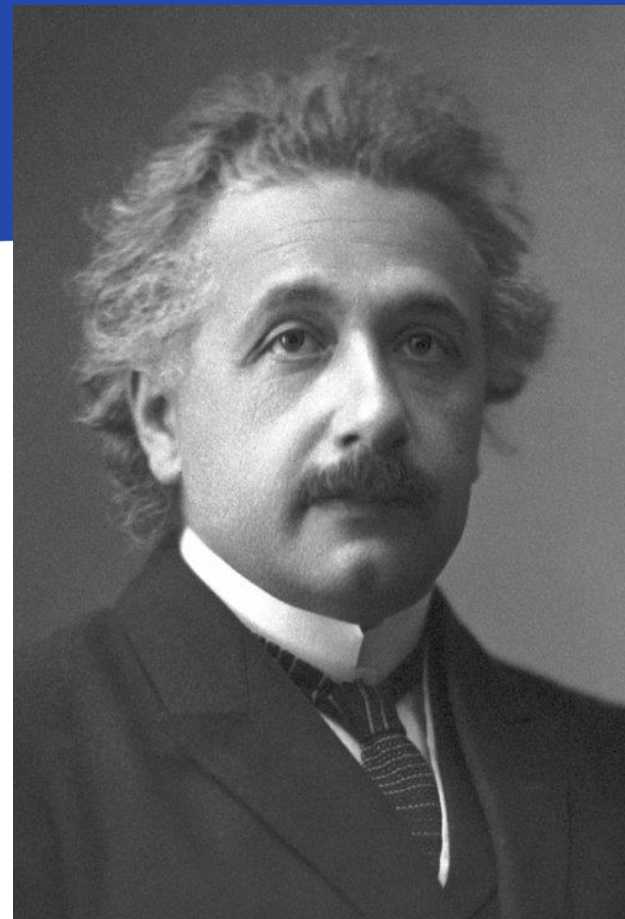


KÉTELYEK: EINSTEIN

- Einstein nem hitt a valószínűségi értelmezésben
 - „*Quantum mechanics is certainly imposing. But an inner voice tells me that it is not yet the real thing.*

The theory says a lot, but does not really bring us any closer to the secret of the 'old one'. I, at any rate, am convinced that He does not throw dice.” (1926)

- *EPR paradoxon*



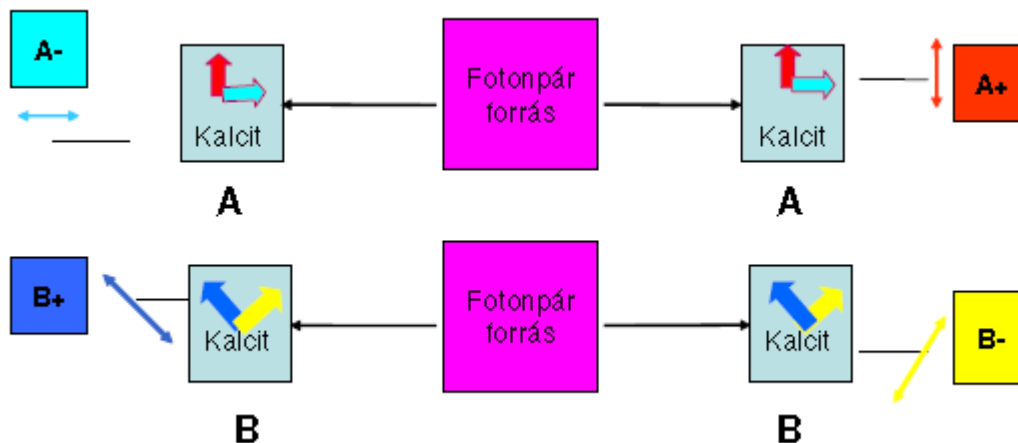
AZ EINSTEIN, PODOLSKI, ROSEN GONDOLATKÍSÉRLET (EPR PARADOXON I)

- Teljes-e a fizikai valóság kvantummechanikai leírása?
 - Vannak-e rejtett paraméterek?
 - Mit jelent a teljes elmélet? (A valóság minden elemének van megfelelője az elméletben.)
- Bohm gondolatkísérlete (1957)

Korrelált antiparalell spinű fotonpárt bocsát ki a forrás

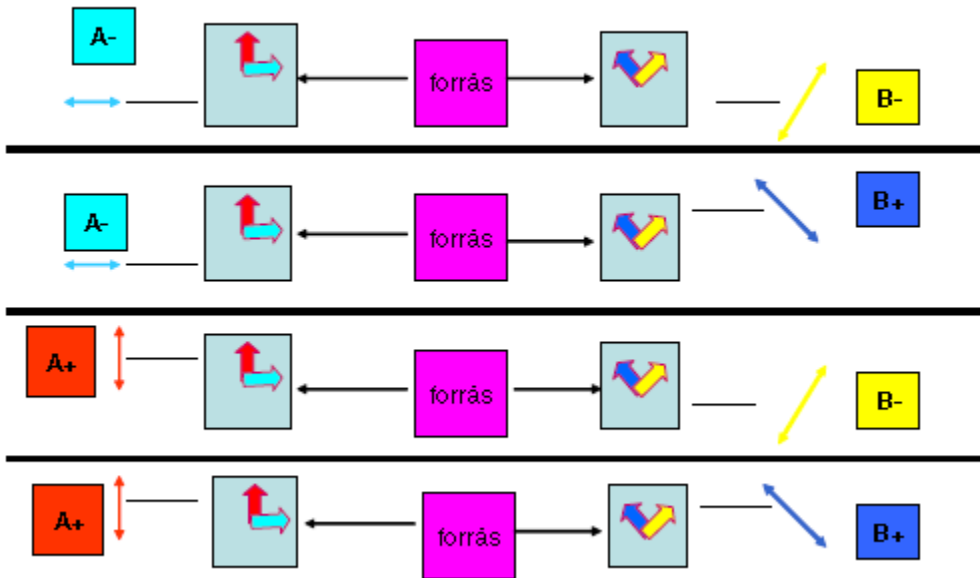
EPR pár

Azonos berendezéssel elég az egyik állapotát mérni



EPR PARADOXON II

Különböző berendezések a két oldalon



Baloldalon mérünk A-val

Tudjuk a jobboldali állapotát is A szerint

Jobboldalon mérünk B-vel

Tudjuk a baloldali állapotát is B szerint

Paradoxon:

Einstein:

Mindkét részecske A és B szerinti állapotát pontosan tudjuk, de a mérések nem cserélhetőek fel.

Határozatlansági reláció érvényes.

A kvantummechanika nem teljes

Bohr:

A két részecske egyetlen rendszer, az egyiken a beavatkozás a másikat is azonnal befolyásolja.

Einstein:

Ez ellentmond a lokális elvnek

EPR PARADOXON III

BELL KÍSÉRLET (1964)



- Mérjük három mennyiséget (polarizációt): A, B, C
 - A részecskepárok polarizációja már a mérés előtt mindhárom irányban meghatározott.
 - Az ellentétes irányba repülőké nem azonos

• A lehetséges kombinációk

$$P(A^+, C^+) = \frac{N(A^+, C^+)}{N} = \frac{N_2 + N_4}{N};$$

$$P(A^+, B^+) = \frac{N(A^+, B^+)}{N} = \frac{N_3 + N_4}{N};$$

$$P(B^+, C^+) = \frac{N(B^+, C^+)}{N} = \frac{N_2 + N_6}{N};$$

Bell egyenlőtlenség

$$P(A^+, C^+) \leq P(A^+, B^+) + P(B^+, C^+)$$

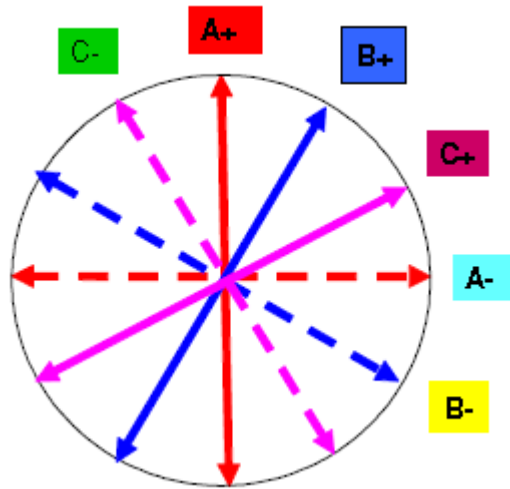
bal oldalon

jobb oldalon

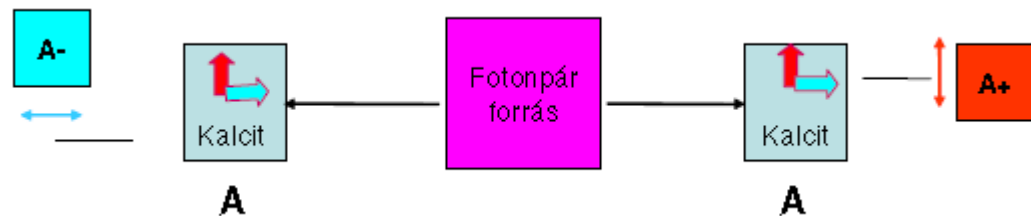
	A	B	C		A	B	C
N_1	+	+	+		-	-	-
N_2	+	+	-		-	-	+
N_3	+	-	+		-	+	-
N_4	+	-	-		-	+	+
N_5	-	+	+		+	-	-
N_6	-	+	-		+	-	+
N_7	-	-	+		+	+	-
N_8	-	-	-		+	+	+

EPR PARADOXON IV

VALÓSZÍNŰSÉGEK A KVANTUMMECHANIKA SZERINT



A két oldali kristályt egymástól függetlenül véletlenszerűen forgatjuk és mérünk



A kvantummechanikai valószínűségek:

A baloldalon A^+ a jobbon A^- A jobbon az A^- iránnyal φ szöget bezáró valószínűség $\cos^2 \varphi$, (A^+ -hoz képest $\cos^2(\pi/2 - \varphi) = \sin^2 \varphi$)

Mindkét oldalon három beállítás. Adott beállításé: 1/9

Ha a jobbon nem mérünk, a balon 1/2 valószínűséggel mérünk A^+

$$P(A^+, C^+) = \frac{1}{18} \sin^2(A^+ C^+) = \frac{1}{18} \sin^2 60^\circ \quad P(A^+, B^+) = P(B^+, C^+) = \frac{1}{18} \sin^2(A^+ B^+) = \sin^2 30^\circ$$

EPR PARADOXON V

A KVANTUMMECHANIKA SÉRTI A BELL EGYENLŐTLENSÉGET

Kvantum

$$P(A^+, C^+) = \frac{1}{18} \sin^2(A^+ C^+) = \frac{1}{18} \sin^2 60^\circ \quad P(A^+, B^+) = P(B^+, C^+) = \frac{1}{18} \sin^2(A^+ B^+) = \sin^2 30^\circ$$

Bell

$$P(A^+, C^+) \leq P(A^+, B^+) + P(B^+, C^+) \rightarrow 3/4 \leq 1/2$$

Két lehetőség:

A méréstől függetlenül még a mérés előtt nem létezhet meghatározott tulajdonság

A pár tagjai között nemlokális kapcsolat van

Kísérleti Bizonyíték: Aspect (1985)

Zeiliger (1995)

Ha két részecske valamikor kölcsönhatásban volt, annak ellenére is egyetlen rendszerként kezelendő, ha időközben eltávolodott egymástól



KÉTELYEK: SCHRÖDINGER

- Schrödinger utálta a kvantumugrásokat
 - *Schrodinger is to have said that if he had to put up with the verdammte Quantenspringerei, than he was sorry that he ever got himself in quantum theory.*
 - *A macska paradoxon*
- Feynman megoldása
 - „shut up and calculate”



SCHRÖDINGER „MACSKÁJA”

A dobozban:

élő macska

bomló anyag, amely egy óra alatt

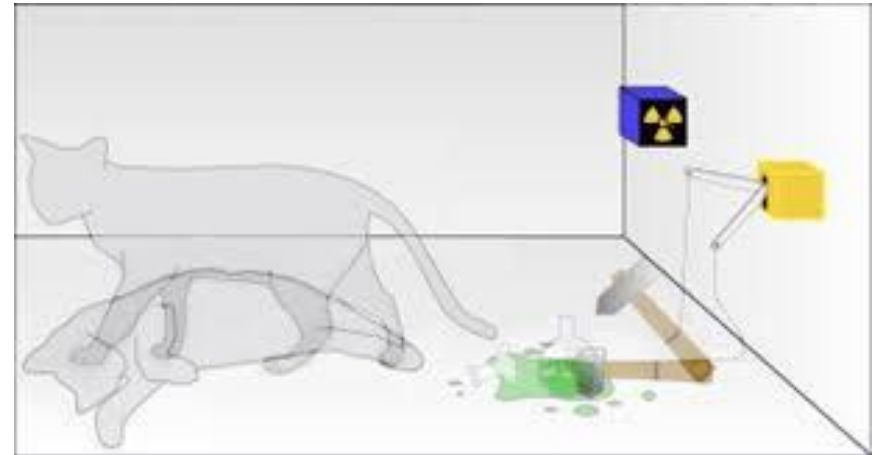
50%-os valószínűséggel bomlik

érzékeny detektor-jeladó

kalapács, amely a detektor jelére

összetöri az üveget

mérgesgázzal teli üveg



Kérdés:

egy óra elteltével él, vagy elpusztult a macska?

MANAPSÁG:

A macska (élő-holt) kevert állapotban van

Keresik az összefonódott macska-részecske állapotot

Schrodinger:

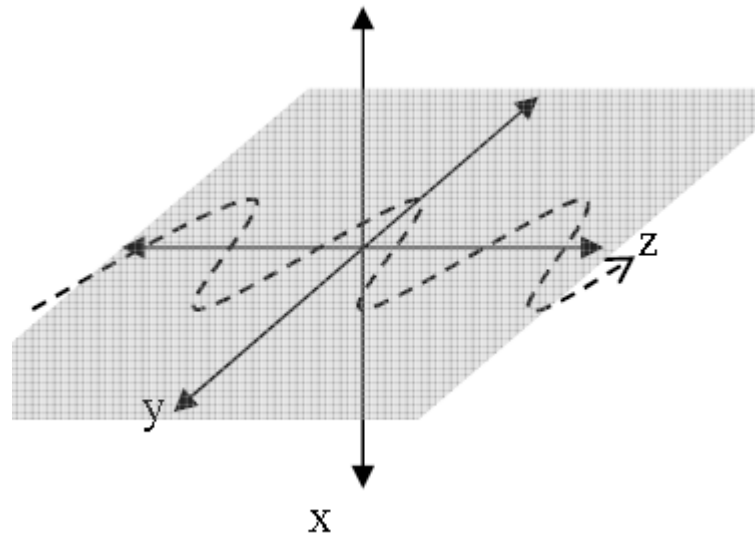
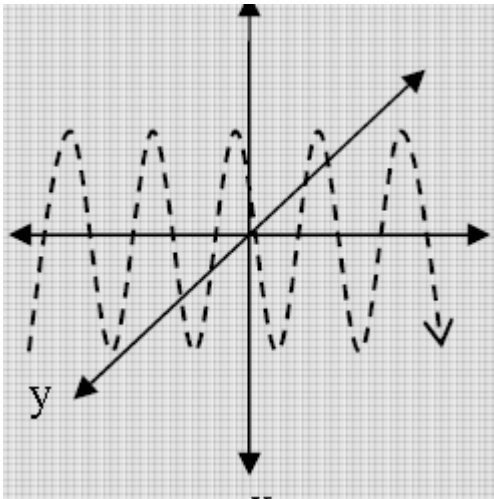
A kevert állapot értelmetlen

MÉGIS TANÍTSUK?

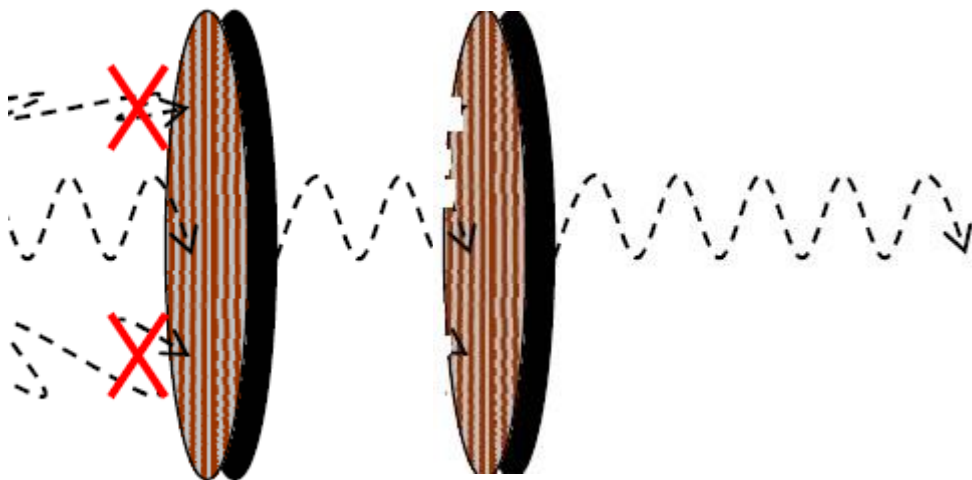
- Alkalmazások:
 - az atom és molekulaszervezet, a kémiai kötés korrekt magyarázata
 - nanofizika, laser fizika, orvosi képalkotás, a félvezetők
 - kvantumszámítógép, kvantum titkosítás
- Külföldön már felső középiskolában:
 - Anglia, Németország, Olaszország, USA
 - Hollandia, Franciaország
- Hazai hagyományok

A FÉNY POLARIZÁCIÓ

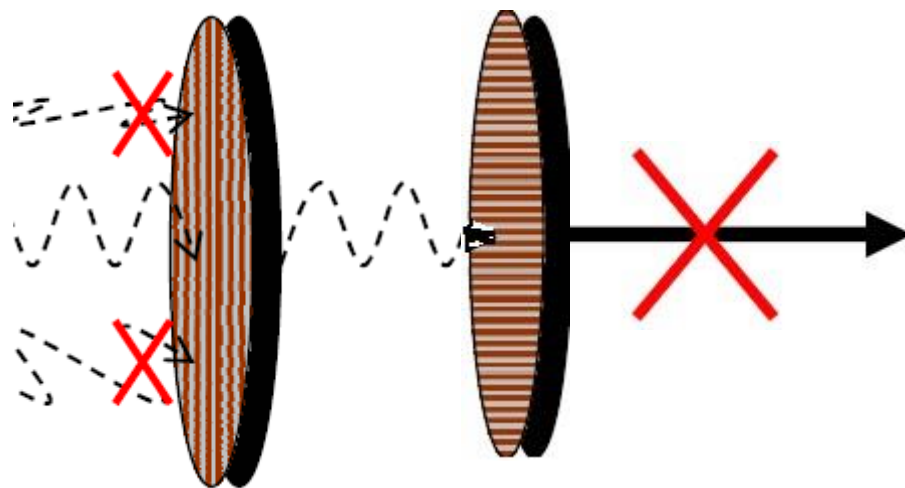
- A fény transzverzális hullám. Az elektromos és a mágneses tér a terjedés irányára merőlegesen rezeg
- A polarizáció síkja



KÍSÉRLETEK POLÁRSZŰRŐKKEL



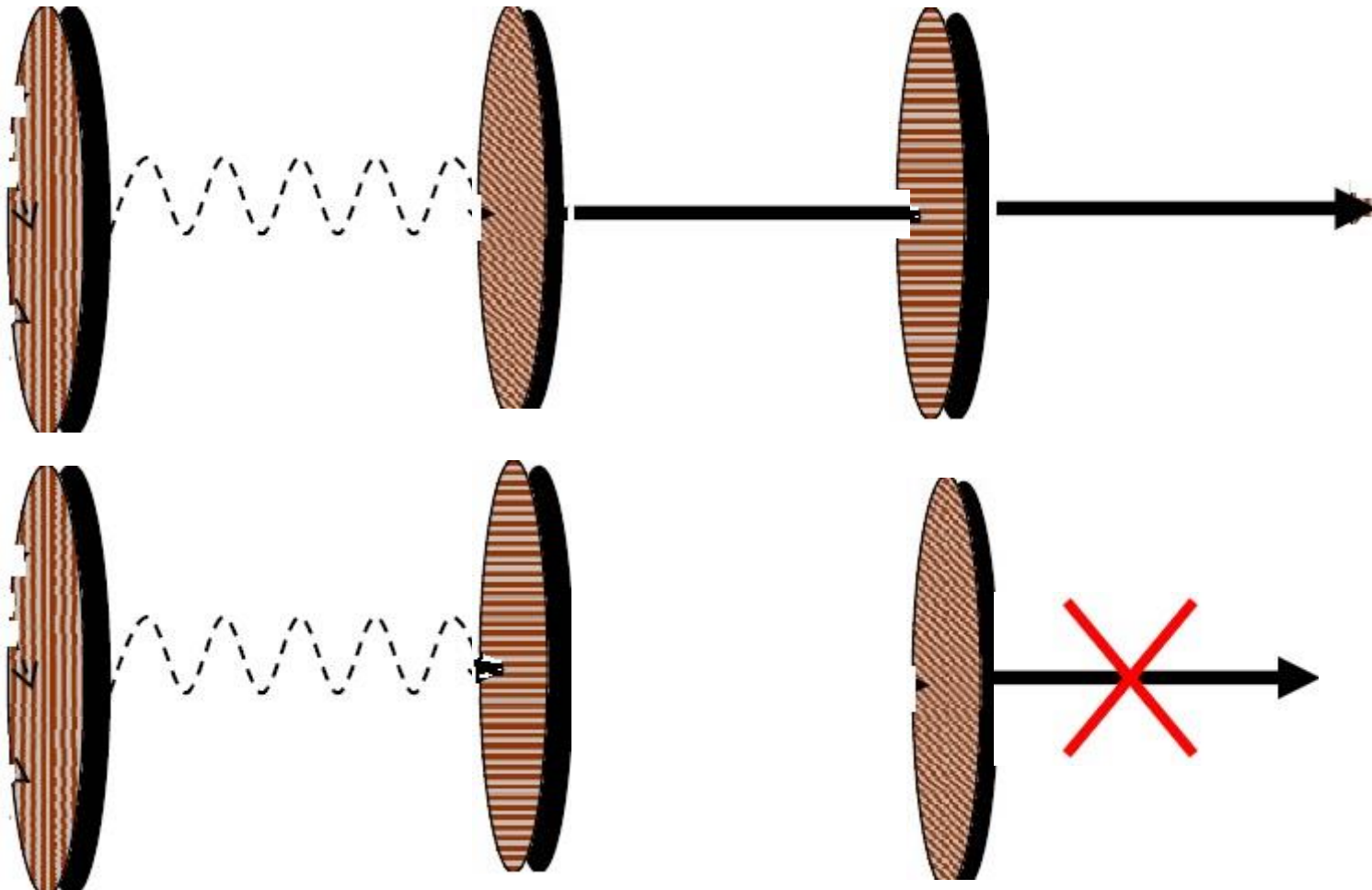
Párhuzamos polárszűrők



Keresztezett polárszűrők

A DIRAC KÍSÉRLET

A 45 fokos polárszűrő megzavarja a poláros fény állapotát



A 45 fokos és a vízszintes nem cserélhető fel

HOGYAN TANÍTSUK I.?

- Történeti út
 - Alapozás: erős klasszikus fizika
 - A fény kettős természete
 - Anyaghullámok:
 - De Broglie hullám
 - A kétréses interferencia kísérlet (Stern-Gerlach. Jönsson,.....)
 - A hullámfüggvény???
 - A határozatlansági reláció
 - Alagúteffektus
 - Az atomok és molekulák kvantumfizikája

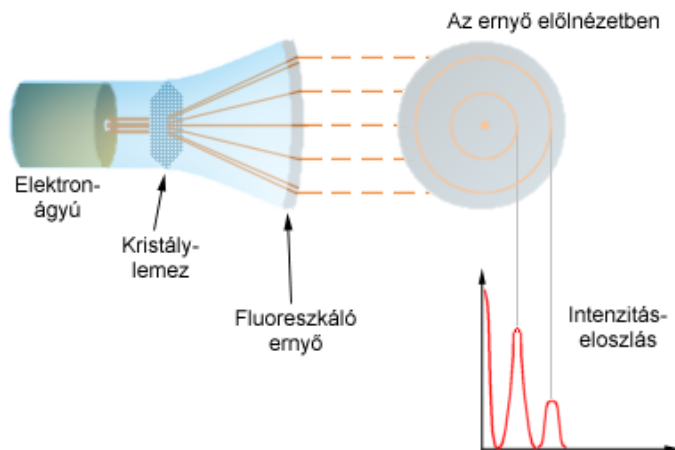
AZ ANYAGHULLÁMOK



- De Broglie feltevése (1923)
 - Ha a fényhullám részecske is akkor
 - A részecskék is hullámok
- Bizonyíték: Davisson Germer kísérlet
- <https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/davisson-germer>

$$v = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$



Second Series

December, 1927

Vol. 30, No. 6

THE PHYSICAL REVIEW

DIFFRACTION OF ELECTRONS BY A CRYSTAL OF NICKEL

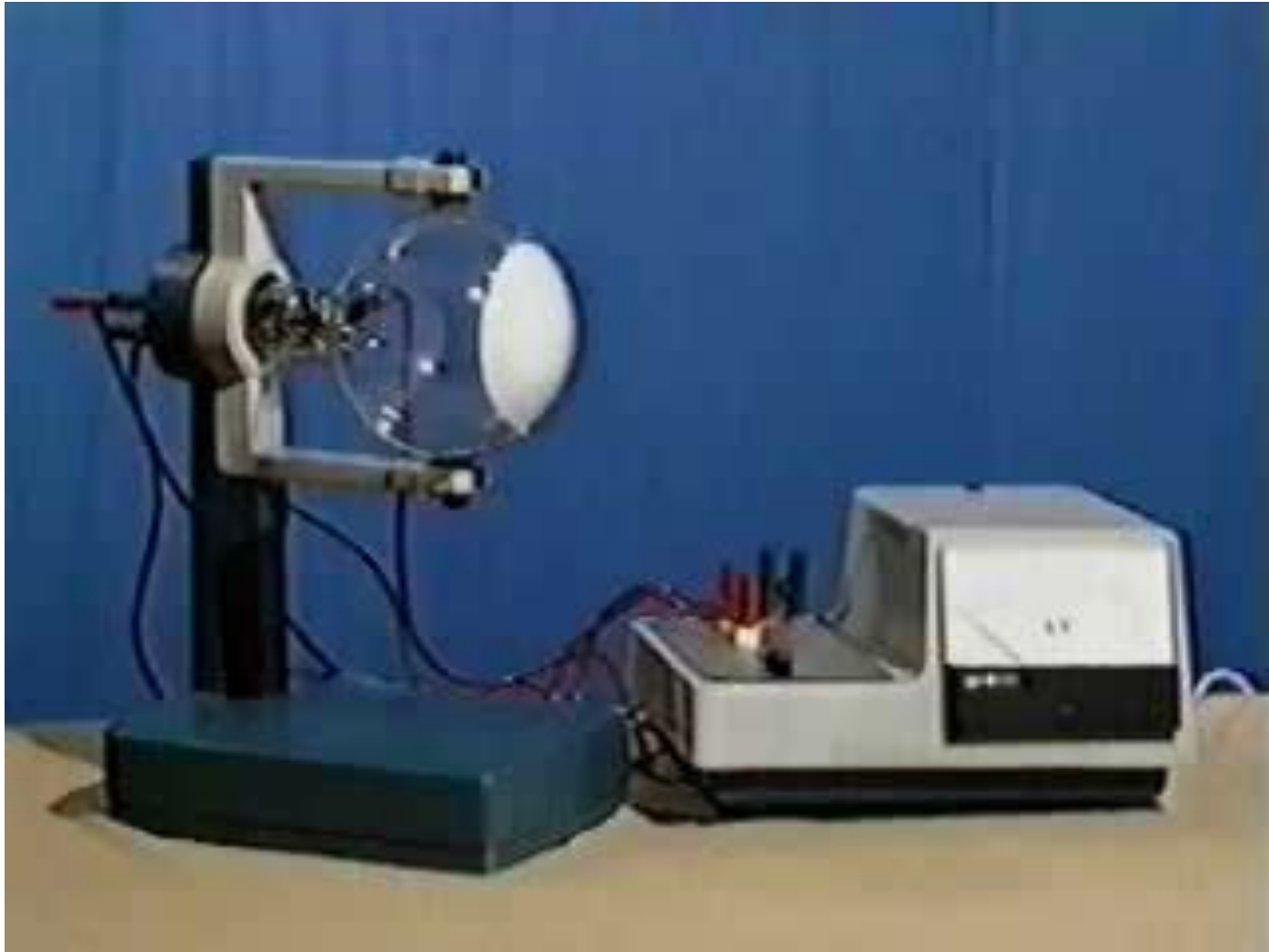
By C. DAVISSON AND L. H. GERMER

ABSTRACT

The intensity of scattering of a homogeneous beam of electrons of adjustable speed incident upon a single crystal of nickel has been measured as a function of direction. The crystal is cut parallel to a set of its {111}-planes and bombardment is at normal incidence. The distribution in latitude and azimuth has been determined for such scattered electrons as have lost little or none of their incident energy.

Electron beams resulting from diffraction by a nickel crystal.—Electrons of the above class are scattered in all directions at all speeds of bombardment, but at and near critical speeds sets of three or of six sharply defined beams of electrons issue

DAVISSON GERMER ISKOLAI DEMONSTRÁCIÓJA

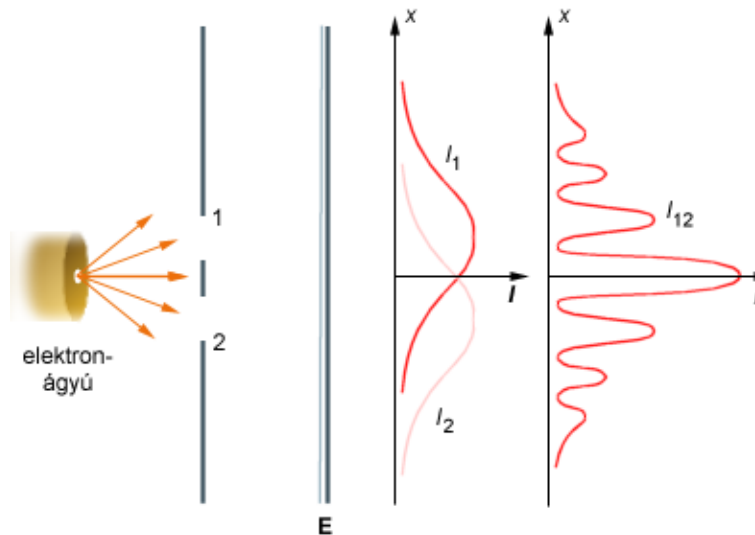


KULCS: A KÉTRÉSES INTERFERENCIA KÍSÉRLET I.

Amit mutatni szoktunk

Kétréses interferencia kísérlet

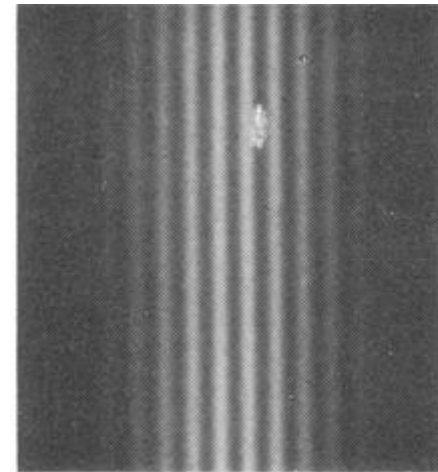
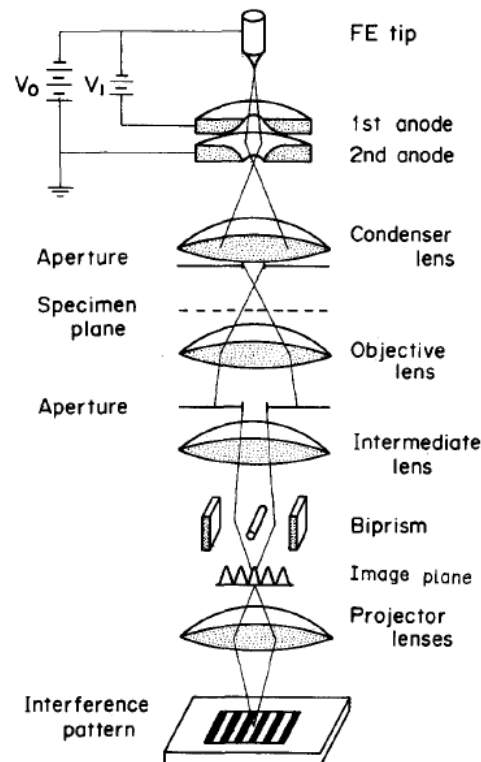
<https://phet.colorado.edu/hu/simulation/legacy/quantum-wave-interference>



Claus Jönsson: Electron Diffraction at Multiple slits , AJP42(1973)/ Zeitschrift(1961)

A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, and H. Ezawa AJP 57 117 (1989)

Probléma a rések elkészítése



Ismétles

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_en.html

Kétréses interferencia

TAPASZTALATOK I

- Két nyitott rés esetén az eloszlási görbe jellegzetes interferenciakép.
- Egy rés: az eloszlás elkent, egyenletesnek tűnik
- Kis intenzitású nyaláb: a detektor impulzusszerű hangjelzést ad.
- Az ernyő adott pontján elhelyezett érzékelő véletlenszerűen jelez.
- Hosszabb, azonos időtartamokban: a kattánások száma az átlagos érték körül ingadozik. Az átlagos beütésszám függ a helytől.
- Az átlagos beütésszám a hely függvényében, a foto lemezen rögzített intenzitás eloszláshoz hasonló görbét ad.
- Gyenge sugárzás, több érzékelő: véletlenszerűen hol egyik, hol másik szólal meg, de *két detektor egyszerre soha nem jelez.*

AZ OSZTATLAN EGÉSZKÉNT BECSAPÓDÓ ELEKTRONOK ÉS AZ INTERFERENCIAKÉP ELLENTMONDÁSA

- Az elektronok *osztatlan egészként*, csapódnak be az ernyőn.
- Nem tudjuk megmondani, melyik elektron hol és mikor csapódik be.
- Az ernyőn interferenciakép rajzolódik ki.
- *Az interferenciakép akkor is kirajzolódik, ha egyszerre csak egyetlen elektron tartózkodik a berendezésben. Az elektron önmagával interferál.*
-
- A hulláminterferenciának megfelelő intenzitáseloszlás sok-sok elektron becsapódásának eredménye.
- Az intenzitás-maximumok, ill. -minimumok helyét a hulláminterferencia klasszikus szabályai szerint lehet meghatározni.
- Ellentmondás: osztatlan egészként becsapódó elektronok –interferencia

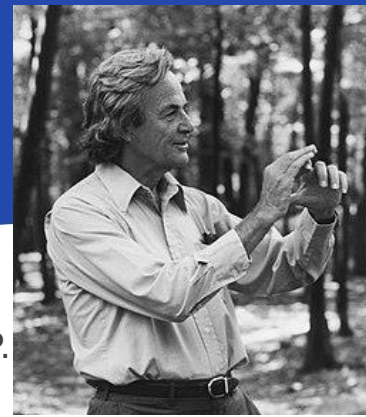
PÉLDA A DE BROGLIE HULLÁMHOSSZRA

- De Broglie hullámhossz nagyságrendje:
 - Katódsugárcsőben 100 V feszültséggel gyorsított elektron és proton hullámhossza.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad p = mv = m\sqrt{\frac{2QU}{m}} = \sqrt{2QUm}$$

- az elektron hullámhossza: $3,9 \times 10^{-9}$ m
 - a proton hullámhossza: 9×10^{-11} m adódik.
- Makroszkopikus méretű test pl. az 1t tömegű 108 km/ó sebességű személygépkocsi hullámhossza.
$$\lambda_{\text{gepk}} = 2,2 \cdot 10^{-38} \text{ m}$$
- Összehasonlítás: a vörös fény hullámhossza $6\text{-}700 \text{ nm} = 6\text{-}7 \times 10^{-7} \text{ m}$.
- A gépkocsi esetén esély sincsen arra, hogy olyan méretű akadállyal találkozzék, amelyen elhajlást szenved.

MIT KERESÜNK?



- **Egyszerű demonstráció:**

- [Frabboni](#) at al.: Young's double-slit interference experiment with electrons AJP.
We report a method for producing samples containing two nano-sized slits suitable for demonstrating to undergraduate and graduate students the double-slit electron interference experiment in a conventional transmission electron microscope.

- **Minden anyag hullámtulajdonságú, van e mérethatár**

- [Nairz](#) at al.: Quantum interference experiments with large molecules AJP (2003)
Fullerén (buckyball)
- [Gehrich](#) at al.: Quantum interference of large organic molecules Nature comm (2011)
 - *Our experiments prove the quantum wave nature and delocalization of compounds composed of up to 430 atoms, with a maximal size of up to 60 Å, masses up to $m = 6,910$ AMU and de Broglie wavelengths down to $\lambda = h/mv \sim 1$ pm.*
 - *Even complex systems, with more than 1,000 internal degrees of freedom, can be prepared in quantum states that are sufficiently well isolated from their environment to avoid decoherence and to show almost perfect coherence.*

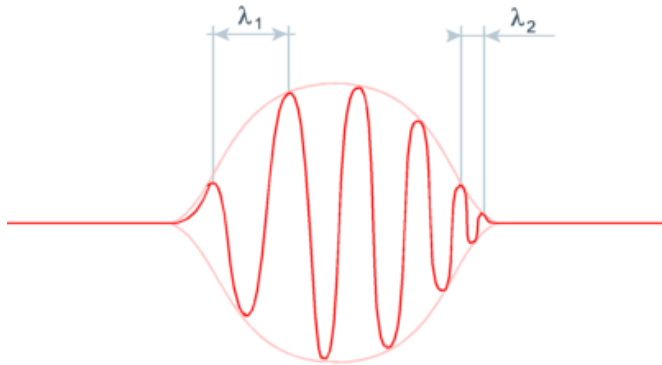
- **Elvégezhetők-e a gondolat kísérletek**

- [Tavabi](#) at al: Science communications (2019)
The Young-Feynman controlled double-slit electron interference experiment

AZ ANYAGHULLÁMOK TULAJDONSÁGAI

- Síkhullám?
- Milyen fizikai mennyiség változik benne?
- A hullámcsomag
 - Feloldja a végtelen kiterjedés problémáját
 - A hullámcsomag szétfolyik
 - Matematikailag nem egyszerű
 - Ábrák
 - Szimulációk

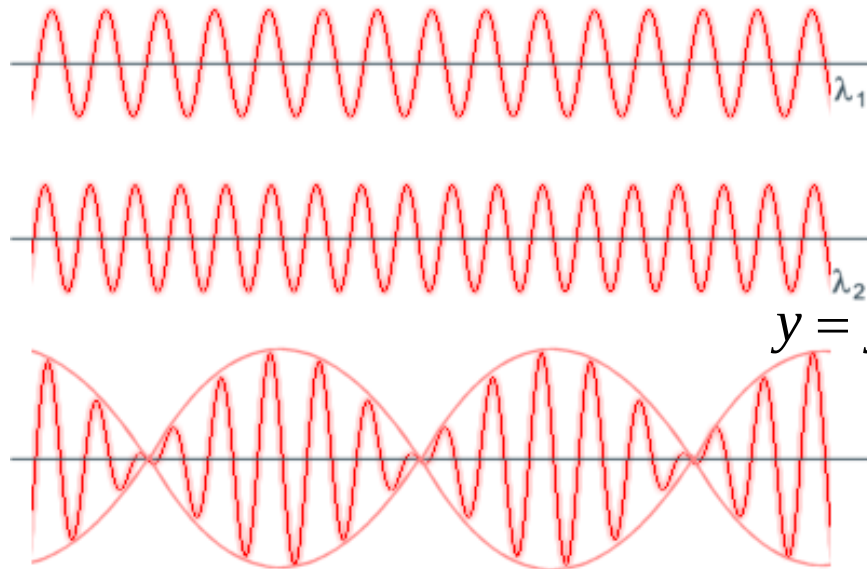
HULLÁMCSOMAG ÁBRÁK



$$y_1 = A \sin(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$y_2 = A \sin(\omega_2 t - k_2 x)$$

Egyszerű példa



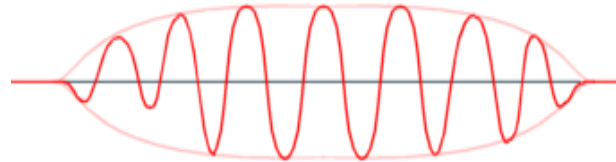
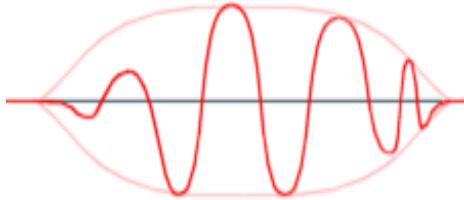
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{\Delta k x - \Delta \omega t}{2} \sin(\bar{k} x - \bar{\omega} t)$$

$$v_{cs} = \frac{\frac{\Delta \omega}{2}}{\frac{\Delta k}{2}} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

Szimulációk <https://phet.colorado.edu/hu/simulation/legacy/fourier>

A HULLÁMCSOMAG SZÉTFOLYIK



A $t=0$ -kor a részecske helye: $x_1 \pm \frac{\Delta x_1}{2}$

A részecske kiterjedése növekszik:

A T -kor a részecske helye: $x_2 \pm \frac{\Delta x_2}{2}$

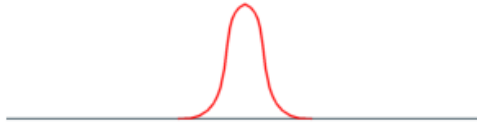
$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + (\nu_2 - \nu_1)T$$

A részecske hullámhossza lehet λ_1 λ_2

A törvény általánosan érvényes

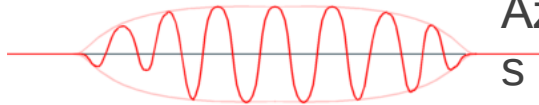
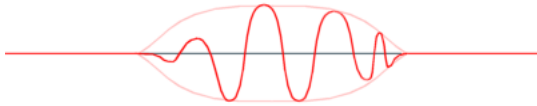
Az impulzus $p_1 = m\nu_1$ $p_2 = m\nu_2$

HEISENBERG HATÁROZATLANSÁGI RELÁCIÓ

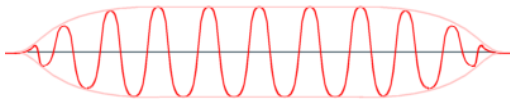


A hullámcsomag kiterjedése:

$$\Delta x \approx n\lambda = \frac{nh}{p}$$



Az impulzus pontossága a hullámhossz pontosságán múlik, s az annál pontosabb, minél több hullámvonulatból áll a hullámcsomag.



$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{n}$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p}{p}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx h$$

A Heisenberg határozatlansági reláció

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

A HULLÁMFÜGGVÉNY VALÓSZÍNŰSÉGI ÉRTELMEZÉSE



- **Max Born:** az elektronok de Broglie-féle hullámfüggvénye a becsapódás valószínűségét határozza meg.

$$P(x,t)dx = |\psi(x,t)|^2 dx \quad P(\mathbf{r},t)dV = |\psi(\mathbf{r},t)|^2 dV$$

- A kétréses interferencia értelmezése

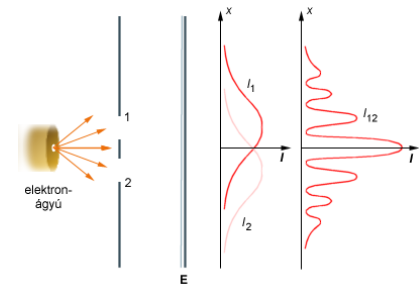
- Egy nyitott rés

$$I_1 = I_2 \propto |\psi_{10}|^2 = |\psi_{20}|^2$$

- Két rés

$$I_{12} \propto |\psi_{10} + \psi_{20}|^2 = |\psi_{10}|^2 + |\psi_{20}|^2 + 2|\psi_{10}\psi_{20}| = 4|\psi_{10}|^2$$

- A teljes térre vett összeg: $\sum |\psi|^2 \Delta V = 1$

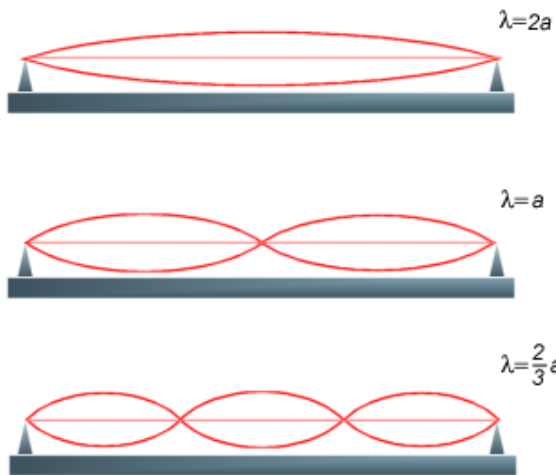


DOBOZBA ZÁRT ELEKTRON

- Az a szakaszon kötött részecske állapotfüggvényei állóhullámok.

– Húr analógia

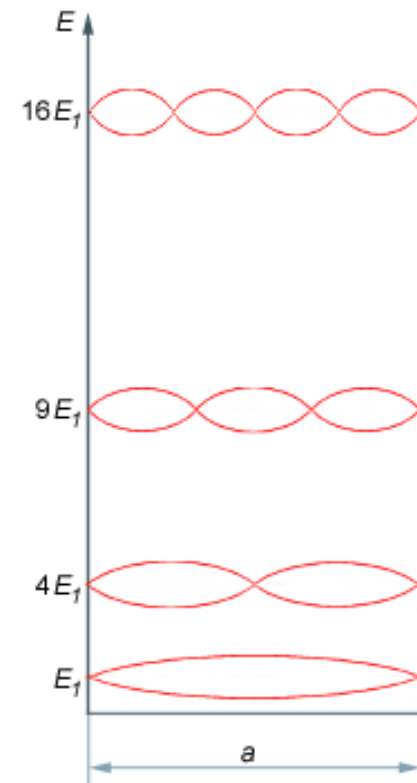
Az energia kvantálttá válik



$$a = n \frac{\pi \hbar}{2m\nu} \quad m\nu = \sqrt{2mE}$$

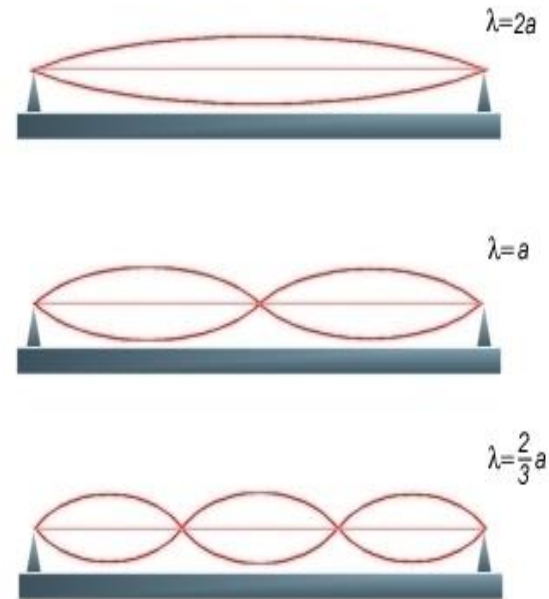
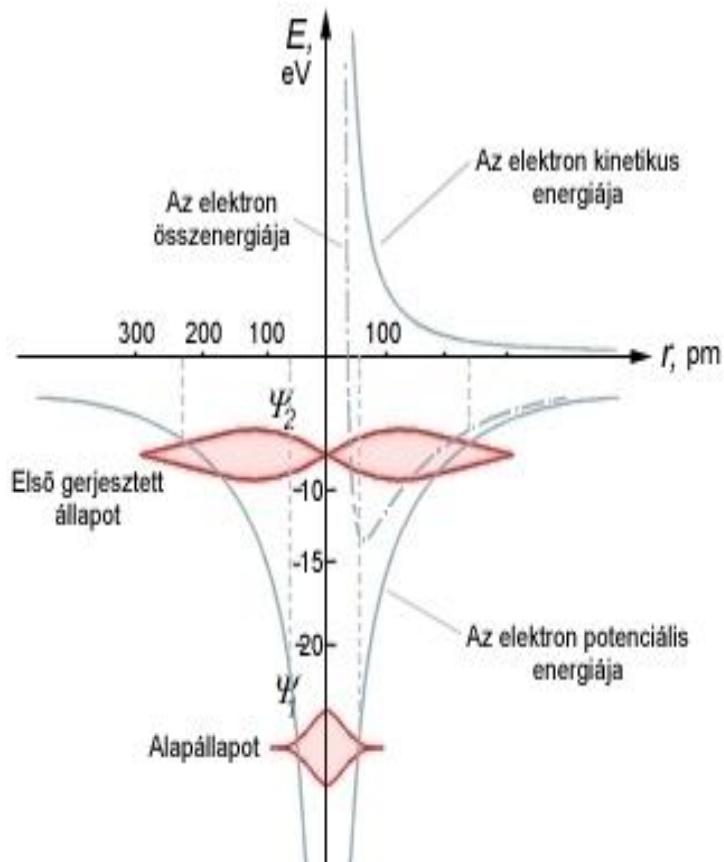
$$a = n \frac{\pi \hbar}{2\sqrt{2mE}}$$

$$E_n = n^2 \frac{\pi}{8m} \left(\frac{\hbar}{a} \right)^2$$



KÖTÖTT ÁLAPOTÚ ELEKTRONOK AZ ATOMBAN

Állandósult hullámállapot – állóhullám



A határozatlansági relációból az állóhullám-kép alapján
Kiszámítható a H-atom mérete,
alapenergiája

HOGYAN TANÍTSUK?

ÖSSZEFOGLALÁS

- Tananyag
 - A kettős természet (De Broglie hullámok, Kétréses interferencia kísérlet)
 - Hullámfüggvény (esetleg csak szimulációk)
 - Határozatlansági reláció
 - Kötétt részecskék állóhullám szemléltetése
- Módszer
 - Kísérleti tapasztalatok ismertetése
 - Szimulációk (phet)
 - Analógiák
- Az új eredmények (többnyire mese szinten)
 - Paradoxonok (EPR, Schrödinger macskája)
 - Az Aspect kísérlet (1982)
 - Kvantum teleportáció
 - Kvantum számítógép??

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE