Katolikus Pedagógiai Intézet

Pázmány Péter Katolikus Egyetem
Információs Technológiai és Bionikai Kar

TEHETSÉGGONDOZÁS A MATEMATIKÁBAN:

Segédanyagok középiskolai tanárok számára

KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKATANÁROK SZAKTÁRGYI TOVÁBBKÉPZÉSE

Összeállította: Róka Sándor

Időpont:	**2019. november 15. péntek, 10^{00} – 14^{30} óra**
Helyszín:	**PPKE Információs Technológiai és Bionikai Kar**
	1083 Budapest, Práter u. 50/a, földszint, Jedlik Ányos előadóterem

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

TEHETSÉGGONDOZÁS A MATEMATIKÁBAN:

Segédanyagok középiskolai tanárok számára

KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKATANÁROK SZAKTÁRGYI TOVÁBBKÉPZÉSE, 2019

Játékos logika

TARTALOMJEGYZÉK:

SZÉCHENYI 2020

Magyarország Kormánya

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Játékos logika

A következő feladatcsokrokat segítségnek szánjuk 100. óra, ünnepi óra megtartásához. Egy ilyen foglalkozáson ezek a játékos kérdések felkelthetik azoknak a tanulóknak az érdeklődését is, akik eddig nem mutattak kíváncsiságot a matematikafeladatok iránt. Fontos a gondolkodás örömének megtapasztalása, és jó lehetőséget adni az élményszerzésre.

I. Hogy hívják?

– Hogy hívják Einstein gyerekeit?
– Zweistein ... Dreistein ...

1. Marci, Máté, Bence és Dani meglátogatták egy barátjukat. A négy fiú családi neve (valamilyen sorrendben): Ihász, Juhász, Budai és Dunai. Elsőnek Dunai érkezett, másodiknak Bence, azután Ihász, és végül Máté. Mindenki hozott ajándékot: Dunai labdát, Marci csokit, Máté egy játékot, Budai pedig könyvet. Mi a családneve Marcinak?

Megoldás:
Az érkezés sorrendjét elolvasva látható, hogy Dunai nem Bence és nem Máté, és ugyanez a helyzet Ihásszal is. Az ajándékok felsorolásából kiderül, hogy Dunai nem Marci, Budai nem Marci és nem Máté. Ezeket a megállapításokat beírtuk a táblázatba.

	Marci	Máté	Bence	Dani
Ihász		–	–	
Juhász				
Budai	–	–		
Dunai	–	–	–	

Az üres mezők kitöltése ezek után már könnyű, ha figyelünk arra, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan egy + jel van. A fiúk teljes neve: Ihász Marci, Juhász Máté, Budai Bence, Dunai Dani.

	Marci	Máté	Bence	Dani
Ihász	+	–	–	–
Juhász	–	+	–	–
Budai	–	–	+	–
Dunai	–	–	–	+

2. Négy ember vezetékneve Kanász, Halász, Vadász és Madarász. Az egyikük foglalkozása kanász, a másiké halász, a harmadiké vadász, a negyediké pedig madarász. Tudjuk, hogy a Kanász nem halász, a Halász nem vadász, a Vadász nem madarász, a Madarász nem kanász és nem halász, valamint egyikük foglalkozása sem egyezik meg vezetéknevével.

Mi a foglalkozása a Vadász vezetéknevű embernek?

Megoldás:

A feladat szövege alapján beírjuk a táblázatba a – jeleket oda, ahol kizártuk egy-egy emberről valamely foglalkozást. Ezt mutatja ez a táblázat:

	kanász	halász	vadász	madarász
Kanász	–	–		
Halász		–	–	
Vadász			–	–
Madarász	–	–		–

Folytassuk a kitöltést! Madarász sorában egyetlen üres mező van, oda kerül a + jel, s abban az oszlopban a többi helyre – jel. Ezt követően az első sorban az egyetlen üres mezőbe beírjuk a + jelet. Így folytatjuk a kitöltést, ügyelve arra, hogy minden sorban és mindegyik oszlopban pontosan egy + jel legyen, a többi pedig – jel. A kitöltött táblázatból leolvasható mindenkinek a foglalkozása, így Vadászé is, aki halászként dolgozik.

	kanász	halász	vadász	madarász
Kanász	–	–	–	+
Halász	+	–	–	–
Vadász	–	+	–	–
Madarász	–	–	+	–

3. Hiller, Toller, Keller és Feller egy városban lakik. A foglalkozásuk: pék, orvos, mérnök és rendőr. Hiller és Toller szomszédok, munkába menet együtt utaznak. Toller idősebb Kellernél. Hiller asztaliteniszben rendszeresen megveri Fellert. A pék mindig gyalog megy munkába. A rendőr nem az orvos mellett lakik. A mérnök és a rendőr egyetlen alkalommal találkozott, akkor, amikor a rendőr közlekedési szabálytalanság miatt megbírságolta a mérnököt. A rendőr idősebb az orvosnál és a mérnöknél.

Állapítsd meg, hogy kinek mi a foglalkozása!

Megoldás:

Mivel a pék mindig gyalog megy munkába, Hiller és Toller viszont utazik, arra következtethetünk, hogy a péket sem Hillernek, sem Tollernek nem hívják. Ezt a megállapítást bejegyezzük a négyzetbe.

Most figyelembe vesszük, hogy a rendőr csupán egyetlen alkalommal találkozott a mérnökkel és nem szomszédja az orvosnak. Ebből következik, hogy a Hiller és Toller páros nem lehet sem rendőr és mérnök, sem rendőr és orvos. Ebből következik, hogy Hiller és Toller az orvos és a mérnök. Pillanatnyilag nem tudjuk, hogy közülük ki az orvos és ki a mérnök.

	pék	orvos	mérnök	rendőr
Hiller	–			–
Toller	–			–
Keller	+	–	–	–
Feller	–	–	–	+

Fordítsuk most figyelmünket a korral kapcsolatos állításokra! Az eddigi következtetésekből és a feladatban megfogalmazott utolsó feltétel alapján már azt is tudjuk, hogy a rendőr idősebb Hillernél és Tollernél. Tudjuk, hogy Toller idősebb Kellernél. Ebből következik, hogy Keller nem rendőr. Ez azt jelenti, hogy Feller a rendőr és Keller a pék. Ezután nem nehéz rájönni, hogy a rendőr asztalitenisz-partnere az orvos, nem pedig a mérnök, hiszen az utóbbi a rendőrrel csupán egyetlen alkalommal találkozott. Tehát Hiller az orvos, Toller a mérnök.

	pék	orvos	mérnök	rendőr
Hiller	–	+	–	–
Toller	–	–	+	–
Keller	+	–	–	–
Feller	–	–	–	+

4. A nemzetközi rollerverseny első négy helyezettje nevének kezdőbetűje: F, G, M, P. Mind a négyen különböző nemzetiségűek, G francia, P olasz, a harmadik versenyző német, a negyedik angol. Az angol kék pólót visel, P fehéret. A német negyedik lett, M harmadik. A második helyezett zöld pólót visel. Ki viseli a piros pólót? Ki nyerte a versenyt, ha tudjuk, hogy nem volt holtverseny?

Kalmár László Matematikaverseny országos döntője, 4. osztályosok versenye, 2019.

Megoldás:

Írjuk be a táblázatba, amit tudunk:

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség		francia		olasz
Póló színe				fehér
Helyezés			3.	

A német negyedik lett, M harmadik, ezért M nem a német, csak az angol lehet, így F a német. Az angol kék pólót visel és a német a negyedik.

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség	német	francia	angol	olasz
Póló színe			kék	fehér
Helyezés	4.	2.	3.	

A 2. helyezett csak a francia lehet, mert ő zöld pólót visel, és a másik, akinek még nincs meg a helyezése, az fehér pólót visel.

Így a piros pólót csak F viselheti, és P nyerte a versenyt.

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség	német	francia	angol	olasz
Póló színe	piros	zöld	kék	fehér
Helyezés	4.	2.	3.	1.

II. Ki mond igazat?

1. Marci, Maja és Máté beszélgetnek. A következőket mondják.
Marci: – Maja hazudik.
Maja: – Máté hazudik.
Máté azt mondja: – Marci és Maja hazudik.
Ki mond igazat?

Megoldás:
Nézzük meg a két lehetőséget: Marci vagy igazat mond, vagy hazudik.
Ha Marci igazat mond, akkor Maja hazudik, tehát Máté igazat mond. Ez nem lehet, mert Máté szerint Marci hazudik.
Tehát Marci hazudik. Ezért Maja igazat mond, és Máté hazudik.
Csak Maja mond igazat.

2. Három ládikó van előttem: *A*, *B* és *C*, és az egyikben arany van. A ládikókra írtak egy-egy állítást, amelyekből legfeljebb egy igaz.
A: Az arany ebben a ládikóban van.
B: Az arany nem ebben a ládikóban van.
C: Az arany nem az *A* ládikóban van.
Melyik felirat igaz?

Megoldás:
Az *A*-n és a *C*-n levő állítások ellentétesek, így egyikük igaz. Ezért a *B*-n levő állítás csak hamis lehet. *B*-ben van az arany.
A *C*-n levő állítás igaz, a többi hamis.

3. Három ládikó van előttem: *A*, *B* és *C*, és az egyikben arany van. A ládikókra írtak egy-egy állítást, amelyek között van igaz és van hamis állítás.
A: Az arany nem a *B* ládikóban van.
B: Az arany nem ebben a ládikóban van.
C: Itt van az arany.
Melyik felirat igaz?

Megoldás:
Ha az arany a *C* ládikóban lenne, akkor mindhárom állítás igaz.
Ha a *B* ládikóban volna az arany, akkor mindhárom állítás hamis.
Az *A* ládikóban van az arany, s ekkor az első két állítás igaz, a harmadik hamis.

4. Huba megkérdezte Somát és Samut, hogy melyikük az idősebb.
– Én vagyok az idősebb – mondta Soma.
– Én vagyok a fiatalabb – mondta Samu.
Kiderült, hogy legalább az egyikük hazudott. Ki az idősebb?

Megoldás:
Mindketten ugyanazt állítják (Soma az idősebb, Samu a fiatalabb), ezért mindkét állítás egyszerre igaz, vagy hamis. Tudjuk, hogy legalább az egyik állítás hamis, tehát a közös állítás hamis. Ezért Samu az idősebb.

5. Egy városban három szekta van: az igazmondóké (ők mindig igazat mondanak), a hazugoké (ők mindig hazudnak) és a felemásoké (akik felváltva mondanak igazat és hamisat). Egyszer telefonon hívják az orvost.
– Jöjjön ki doktor úr! Beteg a feleségem.
– Melyik szektába tartozik?
– A felemásba.
Mit tesz az orvos?

Megoldás:
A telefonáló igazmondó nem lehet, hiszen felemásnak vallja magát. Akár hazug, akár felemás, az első állítása hamis, így a doktor otthon marad.

6. Egy nap eltűnt Vidor kedvenc kanala. A három gyanúsított Szundi, Kuka és Hapci volt. Szundi azt állította, hogy Kuka lopta el, Kuka pedig azt, hogy Hapci tette.
A törpék nem voltak biztosak abban, hogy a tettes a három gyanúsított között van, de az kiderült, hogy aki ártatlan volt, az nem hazudott, és csak egy tettes van.
Ki lopta el a kanalat?

Megoldás:
Ha Szundi a tettes, akkor Kuka ártatlan, hiszen a tettes egyedül követte el a tettét. Ekkor Kuka igazat mond, vagyis Hapci a tettes, de ez nem lehet, mert a tolvaj egyedül dolgozott. Tehát Szundi ártatlan, ezért igazat mondott, és Kuka a tettes.

7. A törpék eldugták Vidor sapkáját. A törpék tudták, hogy a tettes Szundi, Kuka vagy Hapci volt. Összegyűltek a törpék, és kifaggatták a gyanúsítottakat.

A következők hangoztak el:

Szundi: – Hapci ártatlan.

Hapci: – Kuka ártatlan.

Kuka vallomását nem hallották.

Tudor tudta ki a bűnös, de csak annyit árult el a többieknek, hogy a bűnös igazat mondott, míg a két ártatlan hazudott.

Ki volt a tettes?

Megoldás:

Kuka nem mondott igazat, mert ha igazat mondott volna, akkor a többi állítás nem lenne igaz, azaz két bűnös lenne.

Szundi állítása is hamis, mert ha igazat mondana, akkor Hapci hazudna, így Kuka lenne a tettes. De akkor Kuka igazat mondott, ám azt már beláttuk, hogy ez nem lehet.

Ezért Hapci a bűnös.

8. A 7 törpe házikójában valaki eltört egy tányért. Hófehérkének így számoltak be a történtekről:

Tudor: – Nem Szundi volt. Én voltam.

Morgó: – Nem én voltam. Nem Hapci volt.

Vidor: – Tudor volt. Nem Morgó volt.

Ki törte el a tányért, ha a törpék egyik állítása igaz, a másik hamis?

Megoldás:

Ha Vidor első állítása igaz, akkor a második hamis, azaz Tudor is, Morgó is tettes, ami nem lehet. Tehát Vidor első állítása hamis, a második igaz. Ezért Morgó első állítása igaz és a második hamis, melyből adódik, hogy Hapci volt a tettes.

9. Öt gyerek egymás után mondott egy-egy állítást a következő sorrendben:

(1) Minden utánam következő igazat mond.
(2) Egyik utánam következő sem mond igazat.
(3) Valamelyik utánam következő igazat mond.
(4) Minden előttem szóló igazat mond.
(5) Egyik előttem szóló sem mondott igazat.

Az elmondottak közül pontosan egy igaz. Melyik az?

Megoldás:

Az (1) állítás nem lehet igaz, mert akkor egynél több állítás lenne igaz.
Hasonló okok miatt a (3) és (4) sem igaz.
Az (5) állítás sem lehet igaz, mert akkor a (3) is igaz lenne.
Így csak a (2) állítás az igaz.

10. Az alábbi állítások mindegyike vagy igaz, vagy hamis.
(1) A (3) és (4) állítások igazak.
(2) Nem lehet hamis a (4) és (5) állítások mindegyike.
(3) Az (1) állítás igaz.
(4) A (3) állítás hamis.
(5) Az (1) és (3) állítások hamisak.
Az öt állítás között hány igaz állítás van?

Megoldás:
Ha a (4) hamis, akkor a (3) igaz, és ezért az (1)-nek igaznak kell lennie, ám ez ellentmond az eddigieknek.
Tehát a (4) igaz. Ha a (4) igaz, akkor a (3) hamis, és az (1) hamis. Az (5) igaz, a (2) igaz.
3 igaz állítás van.

11. Mely mondatok igazak az alábbiak közül?

(1) Nincs két egymást követő hamis mondat.
(2) Kevesebb hamis mondat van, mint igaz.
(3) Nincs három egymást követő hamis mondat.
(4) Nincs két egymást követő igaz mondat.
(5) Pontosan 3 mondat hamis.

Megoldás:
Az öt mondat nem lehet mind igaz, mert a (2) és az (5) állítás ellentmond egymásnak.

Ha 3 vagy 4 igaz mondatunk van, akkor az (5) állítás hamis. A maradék 3 vagy 4 igaz állítás között biztos van 2 szomszédos, tehát a (4) is hamis, és ezért az (1) állítás is hamis. Ismét ellentmondásra jutottunk.

Ha az igaz mondatok száma 2, akkor az egyik biztosan az ötödik. A 4. állítás nem lehet igaz, mert akkor lenne 2 egymást követő igaz állítás, de nem lehet hamis sem, mert akkor a 2 igaz állítás nem lenne szomszédos.

Ha az igaz mondatok száma legfeljebb 1, akkor a 4. állítás biztosan igaz, és ha a többi mondatot hamisnak tételezzük fel, az sem vezet ellentmondásra.

A 4. mondat igaz, a többi hamis.

12. Antal, Béla, Csaba, Dezső és Elemér olyan játékot játszanak, amelyben mindegyik játékos béka vagy kenguru. A békák állításai mindig hamisak, ezzel szemben a kenguruk mindig igazat mondanak.
(1) Antal azt mondja, hogy Béla kenguru.
(2) Csaba azt mondja, hogy Dezső béka.
(3) Elemér azt mondja, hogy Antal nem béka.
(4) Béla azt mondja, hogy Csaba nem kenguru.
(5) Dezső azt mondja, hogy Elemér és Antal különböző fajtájú állatok a játékban.
Hány béka van az öt fiú között?

Megoldás:
Két esettel foglalkozunk aszerint, hogy Antal kenguru vagy béka. Ha Antal kenguru, akkor (1) miatt Béla is, tehát (4) szerint Csaba béka, és ezért (2)-ből adódik, hogy Dezső kenguru. Dezső ezért (5)-ben igazat mond, és így – mivel Antal kenguru – Elemér béka. Ez pedig – béka szájából elhangozva – ellentmond a (3) állítás kiinduló feltevésünk szerinti igaz logikai értékének.

Az ellentmondás azt jelenti, hogy Antal béka. Az (1) szerint ekkor Béla is béka, vagyis (4) miatt Csaba kenguru, de akkor Dezső béka (lásd: (2)), és (5)-ből – mivel Antal most béka – Elemér is béka, és ezért a (3)-beli Elemér állítás hamis értékkel bír.

Ezzel beláttuk, hogy Antal, Béla, Dezső és Elemér béka kell legyen, míg Csaba az egyetlen igazi kenguru.

13. A következő öt állítás az a, b, c, d és e egész számokra vonatkozik:

(1) ab páros, és c páratlan
(2) bc páros, és d páratlan
(3) cd páros, és e páratlan
(4) de páros, és a páratlan
(5) ea páros, és b páratlan

Legfeljebb hány igaz állítás lehet közöttük?

Megoldás:
Ha a, c és d páratlan, b és e páros, akkor (1), (2), (4) igazak. Az állítások között lehet 3 igaz.

Tegyük fel, hogy lehet 4 igaz állítás is. Szimmetria okokból az általánosság csorbítása nélkül feltehetjük, hogy (1), (2), (3) és (4) igazak. Ez nem lehet, mert (1) és (2) miatt c és d páratlan, és (3) szerint cd páros, ami lehetetlen. Tehát hibás volt a feltevés, így legfeljebb 3 állítás igaz a megadottak közül.

14. Egy öttagú társaságban okos és ostoba emberek vannak. Az okosak mindig igazat mondanak, az ostobák mindig hazudnak. A társaság tagjai A, B, C, D és E.

(1) A azt mondja: B ostoba.
(2) C azt mondja: D okos.
(3) E azt mondja: A nem okos.
(4) B azt mondja: C okos.
(5) D azt mondja: A és E különböző tulajdonságúak.

Hány okos ember van a társaságban?

Megoldás:
Tegyük fel, hogy A okos. Akkor B ostoba (1), C ostoba (4), D ostoba (2) és E okos (5). Tehát A és E is okos, így a (3) állításnál ellentmondásra jutunk.

Ezért A ostoba.

Ebből következik, hogy B okos (1), C okos (4), D okos (2) és E okos (5).

A társaságban tehát 1 ostoba és 4 okos ember van.

III. Átkelés a folyón, a sivatagon, …

1. A folyó bal partjáról két felnőtt és két gyermek szeretne egy csónakkal átkelni a túlsó partra. A csónakban egyszerre vagy csak egy felnőtt, vagy legfeljebb két gyermek utazhat. Szervezd meg minél kevesebb átkeléssel a négy személy átjutását a folyón. (A csónak csak úgy tud átjutni a folyón, ha valaki ül benne.)

Kis módosítással a Zrínyi Ilona Matematikaverseny (megyei forduló, 2007.)
3. osztályosok versenyének feladata

Megoldás:

A csónakot a túlpartról gyerek hozza vissza, felnőttnek visszajönni felesleges. Átmegy két gyerek, egyik ottmarad, a másik visszajön és átevez egy felnőtt. A túlparton lévő gyerek visszahozza a csónakot, és ezután megismétlődnek az eddigi átkelések a másik felnőttel. Végül átevez a két gyerek. Ez összesen $4 + 4 + 1 = 9$ átkelés. (Kevesebbel nem lehet.)

2. Négy vándor sötétedés után ér egy hídnak az egyik végéhez. A hídon mindannyian át szeretnének kelni. A hídon egyszerre legfeljebb 2 ember tartózkodhat, és a sötét miatt csak zseblámpával világítva lehet a hídon közlekedni. A vándoroknak összesen csak egy zseblámpájuk van, így azt valamelyik vándornak vissza kell hozni ahhoz, hogy átjuthassanak a többiek is. A vándorok közül az egyik 1 perc, a másik 2 perc, a harmadik 5 perc, a negyedik 10 perc alatt tud átkelni a hídon. Ha ketten együtt mennek a hídon, akkor mindig a lassúbb sebességével haladnak. Szervezd meg minél rövidebb átkelési idővel a négy vándor átjutását.

Kis módosítással a Zrínyi Ilona Matematikaverseny (országos döntő, 2007.)
6. osztályosok versenyének feladata

Megoldás:

A négy vándor átkeléséhez a lámpát kétszer kell visszahozni, és a lámpát célszerű olyan vándornak visszahozni, aki gyorsan kel át a hídon.

Ha mindkét alkalommal a leggyorsabb vándor hozza vissza, akkor ő mind az öt átkelésben részt vesz, ezért az odautak $10 + 5 + 2 = 17$, a visszautak $1 + 1 = 2$ percig tartanak. Ez összesen $17 + 2 = 19$ perc.

Az a megoldás kulcsa, hogy a két lassú vándort együtt küldjük át. Jelölje a vándorokat az átkeléshez szükséges percek száma. Első alkalommal átmegy 1 és 2 (ez 2 perc), visszajön 1 (1 perc), átmegy 5 és 10 (10 perc), visszajön 2 (2 perc), végül átkel 1 és 2 (2 perc). Ez összesen $2 + 1 + 10 + 2 + 2 = 17$ perc. (Ez a legrövidebb időtartam, amely alatt átkelhetnek.)

3. Három hittérítő és három kannibál egyszerre érkezik egy folyó partjához. Szeretnének átkelni. A csónak, amelyet a parton találnak, legfeljebb két embert bír el.

Hogyan szervezik meg az átkelést, ha a hittérítők – érthető okokból – nem akarják, hogy a kannibálok többségben legyenek a folyó bármelyik partján?

Megoldás:
Előbb átkelnek a kannibálok: ketten áteveznek, egyikük visszajön, átviszi a harmadikat is, majd a csónakkal az egyik visszatér.

Most áthajózik két hittérítő, és visszatér egy hittérítő és egy kannibál. Ekkor az innenső parton van két hittérítő és két kannibál.

Ezután átmegy két hittérítő, a túlsó parton levő kannibál visszajön a csónakkal és áthordja a hátra maradt két kannibált.

4. Gáspár, Menyhért és Boldizsár 3 óra alatt akar Piripócsról a 60 km távolságra levő Kukutyinba eljutni. Gyalog 5 km/óra sebességgel tud haladni bármelyikük, és rendelkezésükre áll egy motorkerékpár is, amely 50 km/óra sebességgel tud menni, ezzel legfeljebb 2 ember utazhat.

Meg tudják-e szervezni az utazást úgy, hogy mindhárman 3 óra alatt eljussanak Piripócsról Kukutyinba?

Megoldás:
Meg tudják szervezni az utazást.

Gáspár és Menyhért elindul motorral, Boldizsár gyalog. 1 óra múlva (Piripócstól 50 km-re) Menyhért leszáll a motorról, és 2 óra múlva gyalog odaér.

A motorral Gáspár visszamegy Piripócstól 10 km-re (ez időben kevesebb 1 óránál), és megvárja Boldizsárt. Eddig eltelt 2 óra.

Boldizsár felül a motorra, és 1 óra alatt érnek Kukutyinba.

5. Egy sivatagi expedíciónak a sivatag szélén levő táborból egy liter ivóvizet kell eljuttatnia a sivatagnak egy olyan pontjára, amely 2 napi járásra van az expedíció táborától.

Az expedíció tagjai sohasem vihetnek magukkal fejenként 3 liternél több ivóvizet. A sivatagban eltöltött minden nap folyamán az expedíció minden tagjának meg kell innia egy-egy liter vizet. Mindenkinek vissza kell térnie a táborba.

Hogyan lehet ezt a feladatot elvégezni?

Megoldás:
Három kulacs vízzel (ez 9 liter víz), mindegyikben 3-3 liter vízzel megoldható az 1 liter víz 2 napi járóföldre történő eljuttatása.

Elindul két ember 3-3 liter vízzel. 1 nap elteltével eljutnak az út feléhez, itt az egyik feltölti társa kulacsát és a maradék 1 liter víz elegendő a táborba történő visszatéréshez.

A társa a 3 liter vízzel elindul, 1 nap alatt célbaér, ott leteszi az 1 liter vizet és még marad 1 liter víz, amivel visszatér az út feléhez.

Itt már várja a társa, aki korábban visszatért az út feléről, és a táborban feltöltötte a kulacsát és elindult hazaérkező társa fogadására.

Megjegyzés.
Csirmaz László „Hány liter vizet kell a sivatagba vinni?” írása a Középiskolai Matematikai Lapokban (1982. november) ezzel a kérdéssel foglalkozik. A cikket megtaláljuk az interneten is.

6. Egy sivatagi expedíciónak a sivatag szélén levő táborból egy liter ivóvizet kell eljuttatnia a sivatagnak egy olyan pontjára, amely 3 napi járásra van az expedíció táborától.

Az expedíció tagjai sohasem vihetnek magukkal fejenként 3 liternél több ivóvizet. A sivatagban eltöltött minden nap folyamán az expedíció minden tagjának meg kell innia egy-egy liter vizet. Mindenkinek vissza kell térnie a táborba.

Hogyan lehet ezt a feladatot megoldani?

Megoldás:

Az előbbi feladat megoldását is felhasználjuk.

Eljuttatunk 1 napi járásra 2 liter vizet, és 2 napi járásra is 2 liter vizet. Ha ez megtörtént, akkor elindul az expedíció egyik tagja, és 1 napi, 2 napi járásra is az útközben felhalmozott vízkészletből magához vesz 1-1 liter vizet, így mindegyik napon 3 liter vízzel indul el.

Megérkezik 3 napi járóföldre, ott letesz 1 liter vizet, majd visszafordul. Visszafele útközben az ott létesített lerakatokból naponta magához vesz 1-1 liter vizet, így épségben visszatér a táborba.

Az előző feladat megoldása szerint 1 napi járóföldre 1 liter vizet 3 liter vízből, 2 napi járóföldre 1 liter vizet 9 liter vízből tudunk eljuttatni. Ily módon 1 napi járásra 2 liter vizet 6 literből, és 2 napi járásra 2 liter vizet 18 literből juttatunk el. Ehhez jön még az az ember, aki 3 liter vízzel elindul, végigjárja a lerakatokat és célba viszi az 1 liter vizet.

Háromnapi járásra 1 liter vizet el tudunk juttatni $3+6+18=27$ liter vízből.

Megjegyzés.

Megszervezhetjük az expedíciót úgy is, hogy nem lerakatokat létesítünk, hanem az 1-1 liter víz átadása úgy történik, hogy találkoznak egymással az expedíció úton levő tagjai.

7. A sivatagban két szomszédos várost autóút köt össze. A városokban olyan autók vannak, amelyek éppen annyi benzint képesek tankolni, amennyi a két város közti út felének megtételéhez elegendő.

Segédautók felhasználásával egy autót akarunk eljuttatni az egyik városból a másikba. A segédautók az út bármely pontján benzint adhatnak át egymásnak, ill. a célautónak is. A segédautóknak vissza kell térnie kiindulási helyükre.

Megoldható-e három segédautóval a célautó átjutása a szomszéd városba?

Megoldás:

Indítsuk el a célautót két segédautóval, és amikor a benzin harmada elfogy, álljanak meg. Az egyik segédautó töltse tele a célautó tankját, forduljon vissza a városba, majd tankolás után újra elindul.

Megérkezve a várakozó autókhoz, teletölti a másik segédautó tankját, és ezután hazamegy, míg a célautó a másik segédautóval továbbindul. Megtesznek megint annyi utat, amennyit a benzin harmadával lehet. Itt a segédautó teletölti a célautó tankját, ezután visszafordul.

A visszafele tartó segédautót a másik segédautó várja az úton ott, ahol korábban is adtak át egymásnak benzint. Innen a két autó vissza tud érni kiinduló városukba.

A célautó eddig 2/3 tank benzinnel megtehető utat járt végig, most tele tankkal indul tovább. Amikor kiürül a benzintartály, már csak 1/3 tank benzint kell szereznie, hogy célba érkezzen. Ezt a harmadik segédautótól kapja meg, amely a célállomástól érkezik a fogadására.

8. Ali ben Juszuf szülőfalujától távol dolgozik. Munkahelye és szüleinek lakhelye között egy 100 km széles sivatag terül el. Ali meg akarja látogatni a szüleit. Kérdezősködik, számolgat; kiderül, hogy a sivatagban naponta 20 km-t tud megtenni, és egyszerre csak háromnapi élelem- és víztartalékot tud magával vinni. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy csak egész napi út után lehet a magával vitt élelmiszerből és vízből tartalékot létesíteni.

Hány nap alatt jut át a sivatagon?

Megoldás:

A 100 km-es útszakaszon a kiindulóponttól 20, 40, 60 és 80 km-re képzeljünk egy-egy kilométerkövet. Forgassuk visszafelé a vándorlás filmjét. Tegyük fel, hogy a vándor elérkezett az út végére; akkor 3 nappal ezelőtt a 40-es kilométerkőnél kellett lennie 3 napi élelmiszerrel és vízzel. A 40-es kilométerkőnél ezt a készletet el kell helyezni. (Innen 3 napi út a cél.)

Hogyan tud a 40-es kilométerkőhöz 3 napi élelmiszert eljuttatni? Egyszeri nekifutásra lehetetlen. A 20-as kilométerkőnél kellett az első raktárt létesítenie.

Most kiszámítjuk, hány napi élelmet kellett felhalmoznia a 20-as kőnél ahhoz, hogy a 40-es kőnél három napit tudjon összegyűjteni. Ha a 20-as kőnél felvesz hármat, 1 nap alatt eljut a 40-eshez, ezalatt elfogyaszt egy napi élelmet. Egyet letesz, egy nap alatt visszatér a 20-ashoz, ezalatt elfogyasztja a harmadikat. Megint felvesz hármat, egy nap alatt eljut a 40-eshez 2 csomaggal: megvan a szükséges 3 csomag. (Ehhez összesen 3 nap kellett.)

Ezek szerint a 20-as kőnél 6 csomagnak kellett lennie. Egyszeri fordulással itt is 2 napot tölt el, 4 csomag odajuttatása 8 napig tart. Az utolsó fordulónál 2 csomagot már 1 nap alatt juttat el. Összesen tehát $3+3+8+1=15$ nap szükséges az út megtételéhez.

IV. Mérlegelés, töltögetés

1. A *Die Hard 3. - Az élet mindig drága* című filmben a két főhősnek (Bruce Willis és Samuel L. Jackson) a következő feladványt kell megoldaniuk ahhoz, hogy egy bomba ne robbanjon fel a város közepén:

Van egy 3 gallonos és egy 5 gallonos vizes palackjuk, ami egy szökőkút szélén áll, tehát bármikor megtölthetők vízzel. Ezek segítségével kell 4 gallon vizet kimérniük.

Bruce Willis ezt nagyon gyorsan megoldotta, és megmentette a várost. Te is meg tudod oldani?

Megoldás:

Az 5 gallonos edénybe beleöntünk 3 gallon vizet, majd a 3 gallonost újra feltöltjük, és ebből a másik edényt teletöltjük, így marad 1 gallon víz a 3 gallonosban. Kiürítjük az 5 gallonost, áttöltjük az 1 gallon vizet, majd hozzáöntünk még 3 gallont.

2. Van egy kád vized, továbbá egy 4 literes és egy 9 literes edényed. Ezekkel kell kimérned a 6 liter vizet a két edény valamelyikébe. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
A 4 és 9 literes edényekben levő víz mennyiségét mutatják a számpárok: (0, 9); (4, 5); (0, 5); (4, 1); (0, 1); (1, 0); (1, 9); (4, 6).

3. Egy 7 literes és egy 11 literes edényt használva, egy kád vízből kell kimérni 2 liter vizet a két edény valamelyikébe. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
A 11 literes és 7 literes edényekben levő víz mennyiségét mutatják a számpárok: (11, 0); (4, 7); (4, 0); (0, 4); (11, 4); (8, 7); (8, 0); (1, 7); (1, 0); (0, 1); (11, 1); (5, 7); (5, 0); (0, 5); (11, 5); (9, 7); (9, 0); (2, 7).

4. Két embernek 8 liter bora van egy 8 literes edényben. Hogyan felezhetik meg ezt a bort, ha a 8 literes edényen kívül csak egy 5 literes és egy 3 literes edény áll rendelkezésükre?

Megoldás:
A következő számhármasok mutatják, hogy rendre hány liter bor van a 8, az 5 és a 3 literes edényben: (8, 0, 0); (3, 5, 0); (3, 2, 3); (6, 2, 0); (6, 0, 2); (1, 5, 2); (1, 4, 3); (4, 4, 0).
Megjegyzés.
A feladat másképp is megoldható.

5. Egy zsák lisztből mérjünk ki 1 kg lisztet. Ehhez rendelkezésre áll egy kétkarú mérleg és egy 10 dkg-os mérősúly. Hogyan lehet kimérni az 1 kg lisztet minél kevesebb méréssel?

Megoldás:
4 méréssel megoldható a feladat.
A súllyal 10 dkg lisztet mérünk.
A súllyal és a 10 dkg liszttel kimérünk 20 dkg lisztet.
A súllyal és a 10 és 20 dkg liszttel most 40 dkg lisztet mérünk.
Még egyszer kimérünk 40 dkg lisztet.
Ez összesen $40 + 40 + 20 = 100$ dkg, azaz 1 kg liszt.

6. Egy zacskóban 360 dkg liszt van. Ebből kell 80 dkg lisztet kimérni egy kétkarú mérleggel, és ehhez csak egy 10 dekagrammos tömeget használhatunk. Hogyan lehet ezt kimérni minél kevesebb méréssel? (Kétkarú mérleggel úgy tudunk mérni, hogy a két serpenyőjében elhelyezett tömegeket hasonlítjuk össze egymással.)
Kis módosítással a Zrínyi Ilona Matematikaverseny (megyei forduló, 2004.)
5. osztályosok versenyének feladata

Megoldás:
Elfelezem a lisztet két 180 dkg-os kupacba, majd ezek egyikét felezem két 90 dkg-os adagra. Ez 2 mérés. Ezután az egyik 90 dkg-os adagból elveszek 10 dkg lisztet, így 3 méréssel kimértem 80 dkg lisztet.

7. Van egy zsák lisztünk, egy kétkarú mérlegünk és egy 11 kg-os és egy 7 kg-os mérősúlyunk. Ki lehet-e mérni az 1 kg lisztet ezekkel a súlyokkal? Hány méréssel?

Megoldás:
3 méréssel megoldható.
A két mérősúly különbségeként tudunk mérni $11 - 7 = 4$ kg lisztet. Az egyik serpenyőbe tesszük a 11 kg-os mérősúlyt, a másikba a 7 kg-osat és annyi lisztet, amennyi biztosítja az egyensúlyt.
A 7 kg-os mérősúly és a 4 kg liszt segítségével mérünk 3 kg lisztet.
Ezután a 4 kg és a 3 kg liszt különbségeként kimérünk 1 kg lisztet.

8. Egy zsákban 9 kg liszt van. Ebből kell 2 kg lisztet kimérned egy kétkarú mérlegen, ehhez csak egy 250 grammos súlyt használhatsz. Hogyan lehet ezt minél kevesebb méréssel megtenni?

Megoldás:
3 méréssel megoldható.

Az első méréssel elfelezzük a két serpenyőn a lisztet 4,5-4,5 kg-os kupacokba.

A második méréssel az egyik 4,5 kg-os kupacot felezzük két 2250 g-os kupacra.

A harmadik méréssel az egyik 2250 gr-os kupacból kimérünk 250 gr-ot a mérősúllyal, és így megmarad 2 kg liszt.

9. Egy zsákban 20 kg liszt van, ezt kell 2 kg-os csomagokba szétosztani. Van egy kétkarú mérleged és egy 5 kg-os és egy 9 kg-os mérősúlyod. Hogyan lehet a lisztet 2 kg-os adagokba szétosztani?

Megoldás:
Az egyik serpenyőbe betesszük a 9 kg-os mérősúlyt, a másikba pedig az 5 kg-os súlyt. Ez utóbbi mellé annyi lisztet teszünk, amennyivel egyensúlyba hozzuk a két tálcát. Ily módon kimértünk 4 kg lisztet.

Ezt a 4 kg lisztet az egyik serpenyőben hagyjuk, és ezzel kimérünk újabb 4 kg lisztet. Ezt addig ismételjük, amíg a 20 kg lisztet 4 kg-os adagokba szétosztjuk.

Ezután a mérleg két serpenyőjén a 4 kg lisztet elfelezzük, így eljutunk a 2 kg-os adagokhoz.

Másképp is eljárhattunk volna. A 4 kg liszt és az 5 kg-os mérősúly segítségével tudunk mérni 1 kg lisztet, majd újra mérünk 1 kg lisztet. Ezzel a 2 kg liszttel rendre kimérjük a 2 kg-os lisztadagokat.

10. Van két homokórád, és csak ezekkel tudsz időt tud mérni. Az egyik homokórával 15 percet, a másikkal 20 percet lehet mérni. Nagyon fontos, hogy kimérj egy 25 perces időtartamot.

Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
Elindítod mindkét homokórát, amikor a 15 perces lejár, megfordítod a 20 perces órát, amely így 5 percet fog mérni. Amikor lejárt az 5 perc, megfordítod az órát, így még 20 percet mér, ezzel meg van a 25 perc ($5+20=25$).
Egy másik megoldás: Egyszerre indítod a kéthomokórát, a 15 perceset háromszor járatod, és az időt akkor kezded mérni, amikor a 20 perces lejárt.

11. Rendelkezésedre áll egy 5 perces és egy 7 perces homokóra. Hogyan lehet ezekkel a homokórákkal 13 percet mérni?

Megoldás:
Indítsuk egyszerre a két órát, majd az 5 percest lepergés után fordítsuk meg. Ha a 7 perces lepergett, az 5-ösön még 3 perc van. Ha ehhez a 3 percnyihez még két 5-öst lepergetünk, éppen 13 percünk lesz.

12. Két időmérőd van, két homokóra. A nagyobbikban 11 perc alatt pereg le a homok, a kisebbikben 7 perc alatt. Hogyan lehet ezekkel a homokórákkal 15 percet mérni?

Megoldás:
Megfordítod mindkét homokórát, és akkortól figyeljük az idő múlását, amikor a kisebbikben (7 perces) lepereg a homok. Hagyd a homokot leperegni a nagyobbikban is (ez négy perc), és fordítsd meg, majd hagyd újra leperegni benne a homokot. Mire ez megtörténik, éppen 15 perc telt el.

13. 9 érme közül egy hamis, s ez könnyebb, mint a többi (a többi egyenlő súlyú). Egy kétkarú mérlegen súlyok felhasználása nélkül két mérlegeléssel keressük ki közülük a hamis érmét.
Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
Tegyünk a serpenyőkbe 3-3 érmét, s a maradék 3 érmét az asztalon hagyjuk. A mérlegelés után tudjuk, hogy mely 3 érme között van a hamis. Ha a mérleg egyensúlyt mutat, akkor a kimaradt 3 érme között kell keresni a hamis érmét, ha pedig nincs egyensúly, akkor a könnyebbnek bizonyuló 3 érme között.

A második mérésnél ebből a 3 érméből egyet-egyet tegyünk a serpenyőkbe, s most már kiderül, hogy melyik a hamis.

14. Van 8 db, páronként különböző súlyú golyónk és egy kétkarú mérlegünk. Válasszuk ki minél kevesebb mérlegeléssel a legkönnyebb golyót. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
„Kieséses versenyt” szervezünk. A mérleg serpenyőibe egy-egy golyót teszünk, s ezek súlyának összehasonlítása után a könnyebbet hagyjuk a mérlegen. Mindig a következő golyót hasonlítjuk össze az addigi legkönnyebbel és a könnyebbet hagyjuk a mérlegen.

7 méréssel megoldottuk. (Kevesebbel nem lehet. Miért?)

15. Van 8 db, páronként különböző súlyú golyónk és egy kétkarú mérlegünk. Válasszuk ki minél kevesebb mérlegeléssel a legkönnyebb és a legnehezebb golyót. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:
A 8 golyót párokba állítjuk, s 4 méréssel két csoportba osztjuk: a párokból a nehezebb a „nehezek” csoportjába, a másik a „könnyűek” csoportjába kerül. A 4 „nehéz” golyóból (az előbbi feladat szerint) 3 méréssel megtaláljuk a legnehezebbet, és 3 méréssel a másik csoportban megtalálható a legkönnyebb.

Ez összesen $4+3+3=10$ mérés.

16. Van 8 db, páronként különböző súlyú golyónk és egy kétkarú mérlegünk. Válasszuk ki minél kevesebb mérlegeléssel a két legnehezebb golyót. Hogyan lehet ezt megtenni?

Megoldás:

Párokba rendezzük a golyókat, és 4 méréssel a párokból kiválasztjuk a nehezebbiket. Most ezeket rendezzük párokba, és 2 mérés után ezek közül is kiválasztjuk a nehezebbeket, majd 1 méréssel ezek közül a legnehezebbet. 7 méréssel megtaláltuk a legnehezebbet.

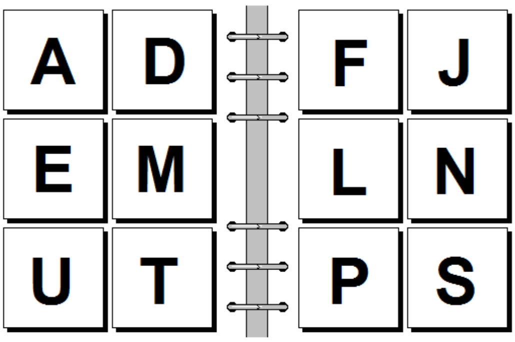
A második legnehezebb golyó csak akkor eshetett ki, amikor a legnehezebb golyóval együtt került mérlegre. A legnehezebb golyót 3 alkalommal tettük fel a mérlegre, az ekkor mért 3 golyó között van a keresett. Ebből a három golyóból a legnehezebbet 2 mérlegeléssel megtalálhatjuk. Összesen $7 + 2 = 9$ méréssel megtaláltuk a két legnehezebb golyót. (Kevesebb méréssel nem lehet.)

V. Mi a különbség? Mi a hasonlóság?

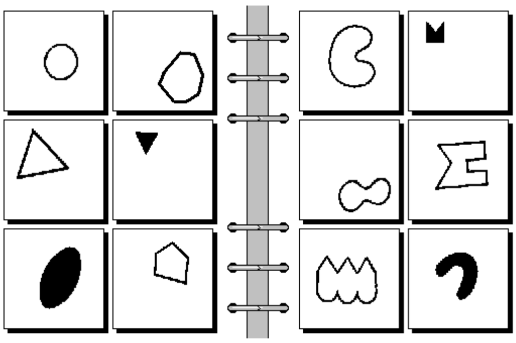
A következő 20 feladvány mindegyikében ugyanaz a kérdés: Mi az a tulajdonság, ami a bal oldalon mind a 6 képre igaz, míg a jobb oldalon egyikre sem? Azaz, miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól? Az ábrák elhelyezkedése és sorrendje lényegtelen egy csoporton belül.

Azt kell tehát kitalálni, hogy mi az a tulajdonság, ami közös az első csoport ábráiban, de nem teljesül a második csoport ábráira. Meg kell találni a csoportot összetartó tulajdonságot, amely az első csoport mindegyik tagjára teljesül, miközben ez a tulajdonság nem teljesülhet a második csoportban lévőkre. A feladványok megfejtése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát, a kreativitást: vegyük észre a hasonlóságokat, a különbözőségeket, a közös tulajdonságot. Matematika feladatok megoldásánál szükség van erre a képességre.

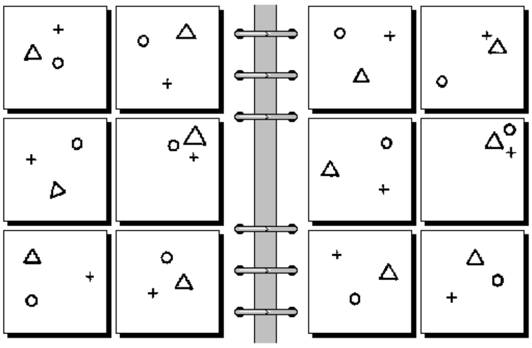
1.



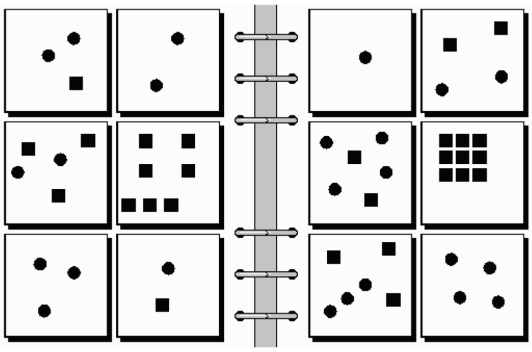
2.



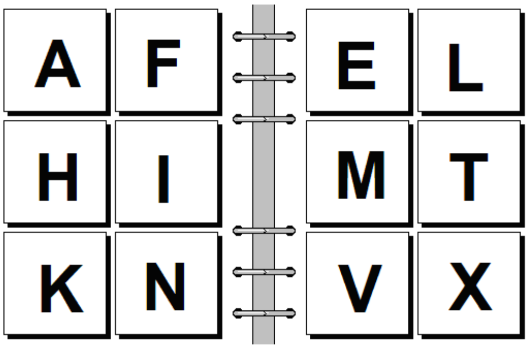
3.



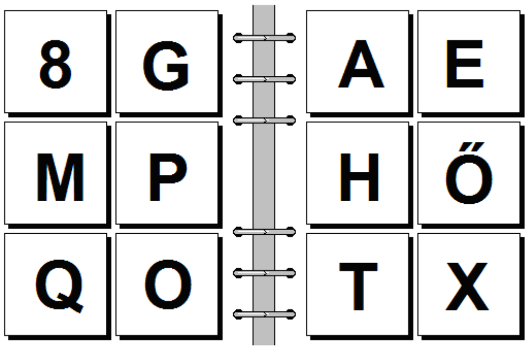
4.



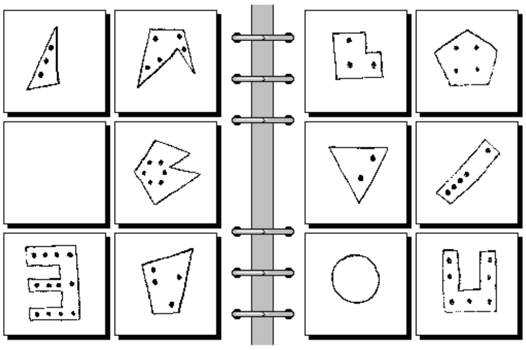
5.



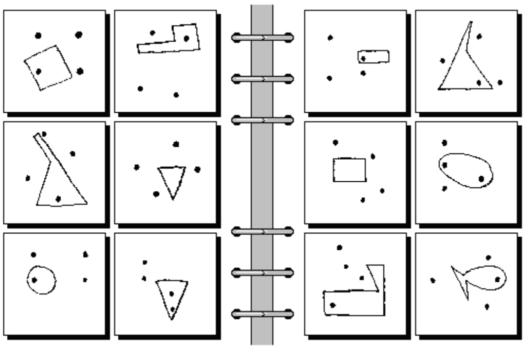
6.



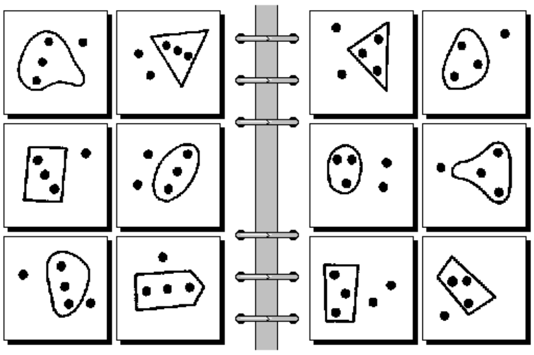
7.



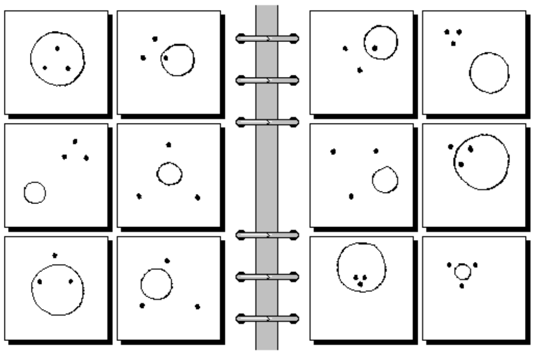
8.



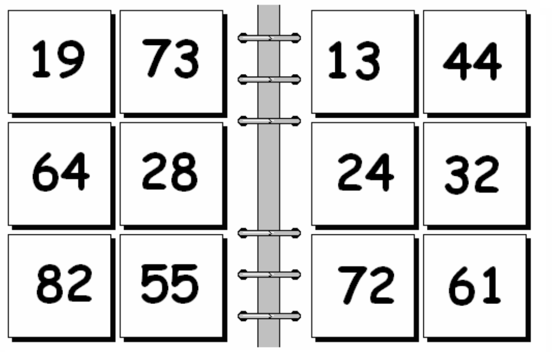
9.



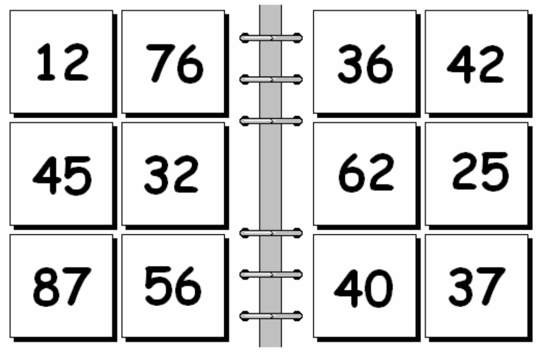
10.



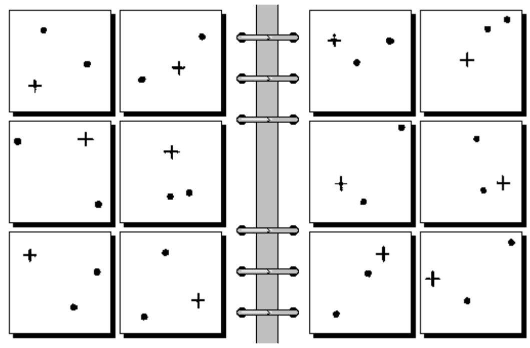
11.



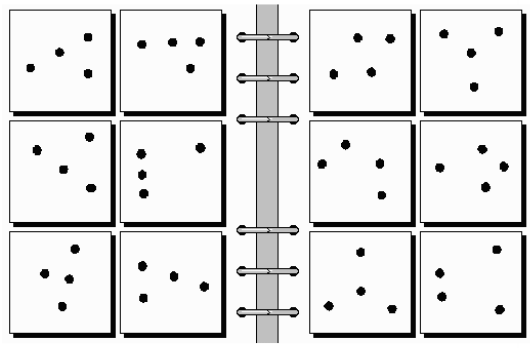
12.



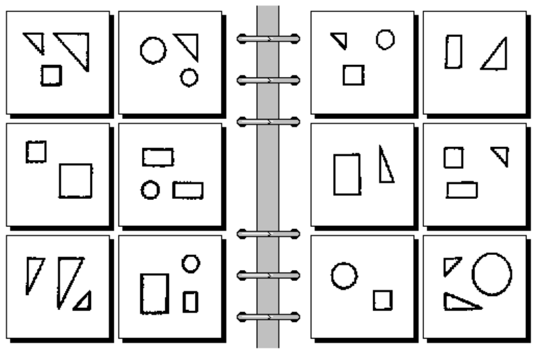
13.



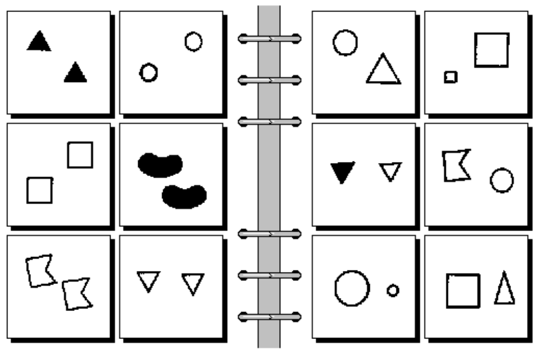
14.



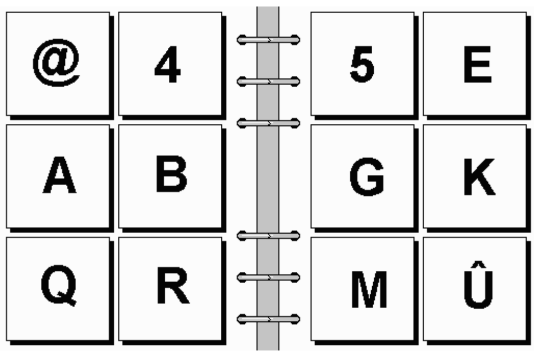
15.



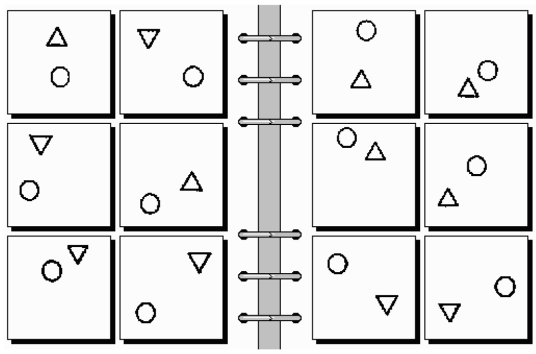
16.



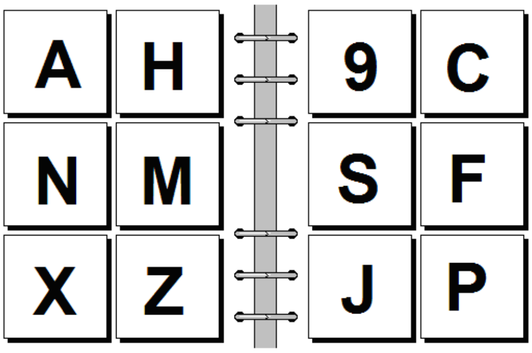
17.



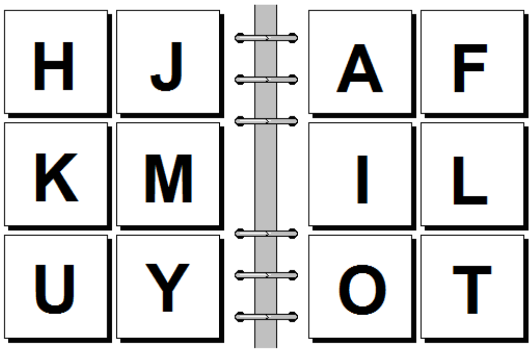
18.



19.



20.



Megoldások:

A bal oldali ábrák közös tulajdonsága:

1. Tengelyes szimmetria.

2. Konvex.

3. A három ábra elhelyezkedését figyeljük: azonos körüljárási irányban követik egymást.

4. Prímszám.

5. A szakaszok száma páratlan.

6. Egy vonallal megrajzolható karakterek.

7. A pontok száma megegyezik az oldalak számával.

8. A négy pont egy paralelogramma csúcsait alkotja.

9. A bekerített területen a 3 pont egy egyenesre esik.

10. Figyeljük a háromszögek „állását".

11. A két számjegy összege 10.

12. A két számjegy szomszédos.

13. Az egyenlő szárú háromszög szárai a + jelre illeszkednek.

14. A 4 pontból 3 egy egyenesre illeszkedik.

15. Az ábrák között van két hasonló síkidom.

16. Két egybevágó síkidom.

17. A kártyákon látunk egy zárt területet.

18. A két síkidom közül a háromszög van felül.

19. A fémből kiöntött betűk stabilak, megállnak a talpukon.

20. Ha esik az eső, mindegyik betűben marad víz.

Megjegyzés:

Ezek a feladványok a *Bongard problémák*. További ilyen fejtörőket és ezekhez kapcsolódó cikkeket olvashatunk az interneten.

VI. Mesterlogika (Mastermind)

Sára és Luca számkitaláló játékot játszanak. Sára gondolt egy olyan, különböző számjegyekből álló háromjegyű számra, melynek a számjegyeit az 1, 2, 3, 4, 5 jegyekből válogatta.

Luca ezt a számot igyekszik kitalálni, háromjegyű számokkal tippel. A 314-re Sára válasza egy fekete és egy fehér kör. Egy fekete kör azt jelzi, hogy eltalált egy számjegyet a helyén. A fehér pedig azt, hogy eltalált egy számjegyet, de az nincs a helyén.

3 1 4 ●○
2 2 4 ○○
5 3 2 ●

☐☐☐ ●●●

Esetünkben Sára a 412-re gondolt, ez alapján látható, hogy Luca tippjeire hogyan következnek a fehér és fekete körökből álló válaszok.

3 1 4 ●○
2 2 4 ○○
5 3 2 ●

4 1 2 ●●●

1. Sára most az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből válogatva összeállított egy háromjegyű számot. Itt látjuk Luca tippjeit és Sára válaszait.

3 6 5 ○
4 1 6 ○○
5 1 3 ○
4 3 2 ○

☐☐☐ ●●●

Melyik számra gondolt Sára?

Megoldás:

A 3-as számjegy mindhárom helyiértéken előfordul, és a válaszok között nincs fekete kör, így a gondolt számban nincs 3-as számjegy.

Ha az egyik számjegy az 5-ös, akkor nem lehet a számjegyek között az 1, 3 és 6. Tehát a gondolt szám másik két jegye a 2 és 4. Ez ellentmond a 416-ra adott válasznak. Hibás a feltevésünk, tehát az 5 nincs a gondolt szám jegyei között.

Ezek után az első tipp alapján tudhatjuk, hogy a gondolt szám egyik jegye a 6-os, és az első két tipp miatt a 6-os az első számjegy.

A gondolt számban nincs 3, nincs 5, ezért a harmadik tipp azt adja, hogy a szám egyik jegye az 1-es, és az nem a második és nem az első számjegy (hiszen ez a 6-os), tehát a harmadik számjegy.

A gondolt szám 6*x*1 alakú, ahol *x* nem 3, nem 5. Így kétesélyes a gondolt szám, 641 vagy 621. A második tippet figyelve 641 nem lehet, ezért a gondolt szám 621.

3 6 5	○
4 1 6	○○
5 1 3	○
4 3 2	○
6 2 1	●●●

2. Az előbbi játékhoz (Mesterlogika) hasonlóan most is az üres körök száma az eltalált betűk számát mutatja, melyek nincsenek a helyükön, a fekete körök a helyükön álló eltalált betűk számát jelzik.

MÁLNA	○ ○ ○
LOVAG	○ ○ ○ ○
LÚGOS	● ● ○
INGAT	● ● ○

Mi lehet az elrejtett ötbetűs szó?

Megoldás:

Az utolsó két válasz mindegyikében eltaláltunk 3 betűt, így a tippként megadott két szóban legalább egy közös betű szerepel az elrejtett szóban. Csak egy közös betű van, ez a G, tehát ez a megfejtendő szó egyik betűje.

Az első két tippre adott válaszok miatt a két tippnek legalább 2 közös betűje szerepel az elrejtett szóban. Pontosan 2 közös betű van, ez az L és A, így ezek a megfejtendő szóban is szerepelnek.

Három betűt már ismerünk: L, A és G.

A második tipp miatt az O, V betűk egyike betűje a keresett szónak, a másik nem. Az első tipp miatt az M, N, Á betűk egyike lesz az ötödik betű. Ezek miatt a harmadik tipp azt adja, hogy ott a harmadik eltalált betű az O. A negyedik tippben a harmadik eltalált betű az N.

Az elrejtett szó betűi L, A, G, O, N.

A második tipp alapján az L betű nem az első, így a harmadik tipp adja a G és O betűk helyét.

A második tipp alapján az A betű nem a negyedik, így a negyedik tipp adja az N (és a G) helyét.

Tudjuk az N, G, O helyét. Ezután az A és az L betűk helyét az első két tipp válaszai megadják.

Az elrejtett szó az ANGOL.

3. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat felhasználva (egy szám többször is előfordulhat) egy négyjegyű számot írtunk fel. Többen megpróbálják kitalálni ezt a számot.

Az első tipp: 4215.	Két számot eltalált, de csak egyik van jó helyiértéken.
A második tipp: 2365.	Ismét két számot talált el, de csak egyik van jó helyiértéken.
A harmadik tipp: 5525.	Itt még a számokat sem találta el.

Mi lehet a gondolt szám?

Megoldás: A kitalálásra váró szám a 4163 és 6314 számok egyike.

4. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számokat felhasználva egy olyan négyjegyű számra gondolok, amelyben nincs ismétlődő számjegy. Ezután a kérdező játékos tippelhet a gondolt számra. Felír egy négyjegyű számot (ismétlődő számjegy nélküli számot ebből a nyolc számjegyből), és erre válaszként a szám mellé írom, hogy a tippelt számban hány olyan számjegy van, ami a gondolt számban is előfordul, és hogy a számjegyek közül hány áll jó helyen.

Lássunk egy példát! A gondolt szám: **1485**. A játékos első tippje: 2718. Erre 2-0 a válaszom, mert az 1 és a 8 jó számjegy, de egyik sincs a megfelelő helyen.

A játék menete:

tipp	válasz
2718	2-0
1846	3-1
1685	3-3
4685	3-2
1485	4-4

A következőkben tíz játék menete látható, és mindegyik esetben a játék addigi állásából egyértelműen megfejthető a feladott szám. Keresd meg a megfejtéseket!

1. feladvány

7652	2-0
8721	2-0
4237	2-2
4587	0-0

2. feladvány

2816	2-2
5817	3-2
5876	2-0

3. feladvány

3172	1-1
4852	2-1
4186	2-1
5876	2-1

4. feladvány

4582	3-1
2518	3-0
5832	2-0
1485	3-2

5. feladvány

5183	3-2
3186	2-1
5128	2-1
7583	2-1

6. feladvány

2348	1-1
2756	2-0
5641	2-1
7618	2-1

7. feladvány

6831	3-1
8641	3-1
3481	3-0
6143	3-2

8. feladvány

2784	2-0
5276	2-0
1327	2-0
7543	2-2
7683	2-2

9. feladvány

1278	2-1
7245	2-0
6372	2-1
8476	2-1
3152	2-1
8542	1-0

10. feladvány

3571	2-0
4387	2-0
7632	2-0
6543	2-0
1764	2-1

Megoldások:

1. 1236 **2.** 2517 **3.** 3456 **4.** 1284 **5.** 4153
6. 5317 **7.** 6348 **8.** 7641 **9.** 4173 **10.** 8756