KOMBINATORIKUS GEOMETRIA

DR. DOBOS SÁNDOR

FAZEKAS MIHÁLY GYAK. ÁLT. ISK. ÉS GIMN.

SZÉCHENYI 2020

Magyarország Kormánya

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

KOMBINATORIKUS GEOMETRIA

- kombinatorikus módszerek,
- leszámolások,
- skatulya-elv,
- diszkrét matematikai eljárások,
- színezések,
- illeszkedés,
- szimmetriák, …

SYLVESTER

Ha adott véges sok pont a síkon, akkor vagy minden pont egy egyenesen lesz, vagy lesz olyan egyenes, amely éppen két pontot tartalmaz

James Joseph Sylvester vetette fel 1893-ban

HAPPY END

Bárhogyan veszünk fel öt általános helyzetű pontot a síkban, mindig kiválasztható közülük egy konvex négyszög négy csúcsa.

A problémát 1932 őszén vetette fel Klein Eszter az Anonymus-csoport tagjainak, (Erdős Pál, Grünwald (Gallai) Tibor, Szekeres György, Turán Pál,…). A „Happy End-probléma” nevet Erdős Páltól kapta, mivel Szekeres György és Klein Eszter házasságához vezetett.

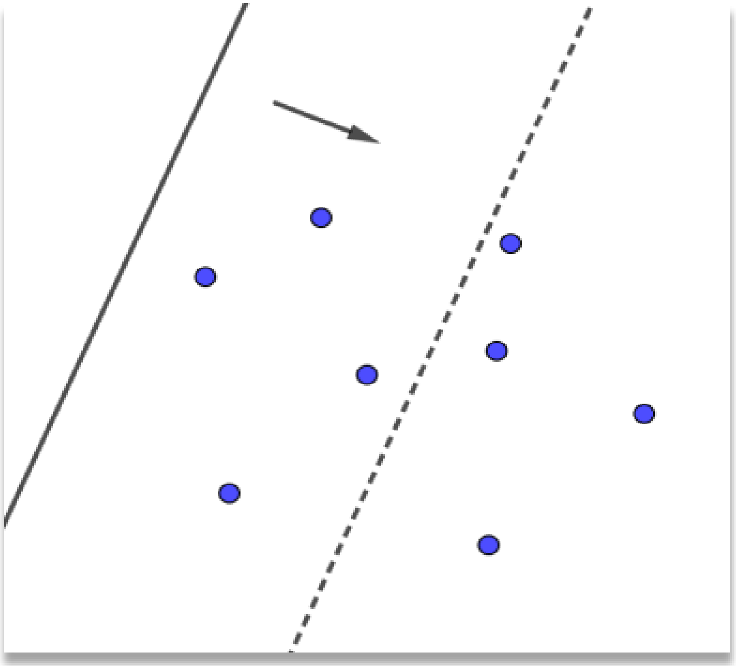
KOMBINATORIKUS GEOMETRIA

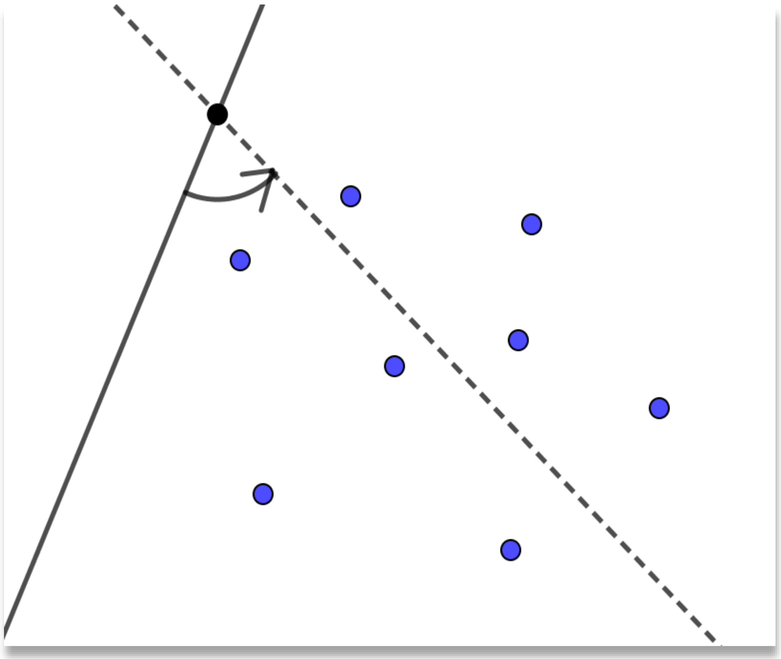
- Felező egyenesek
- Almáspite
- A felosztott sík színezése
- Pontrendszerek szimmetriái
- Piros és zöld pontok
- Gráfok a porondon
- Konstrukciók

FELEZŐ EGYENESEK I.

1. Adott $2n$ pont a síkon. Hogyan található olyan egyenes, amelynek mindkét oldalán n pont van?

FELEZŐ EGYENESEK

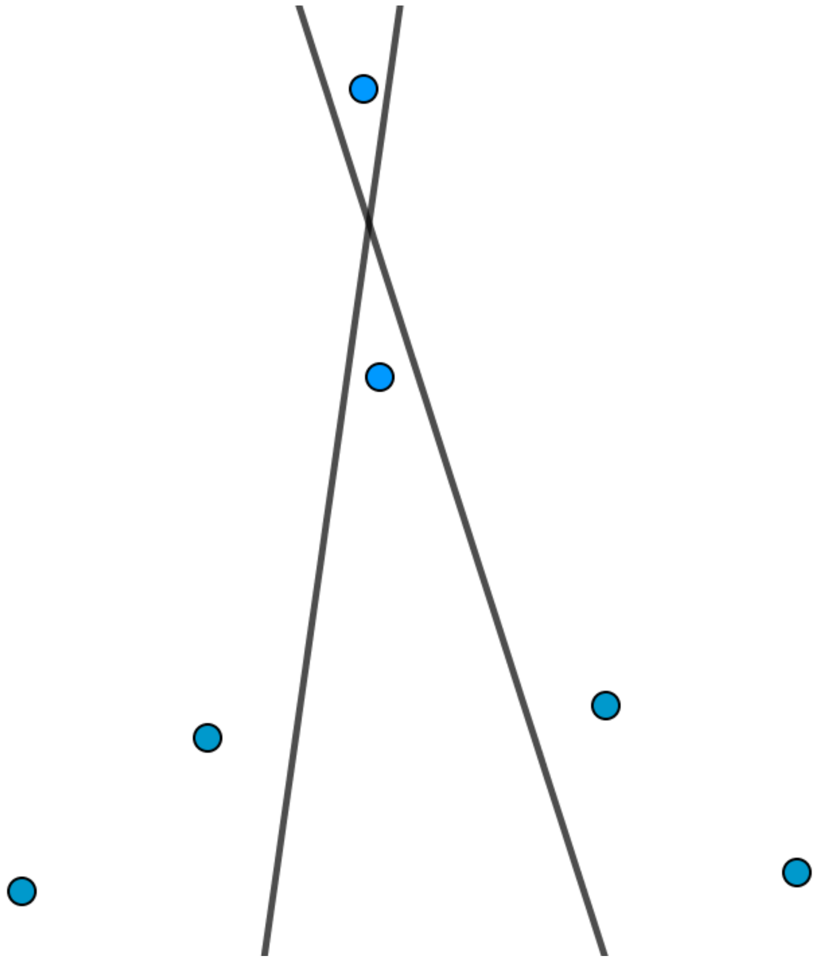




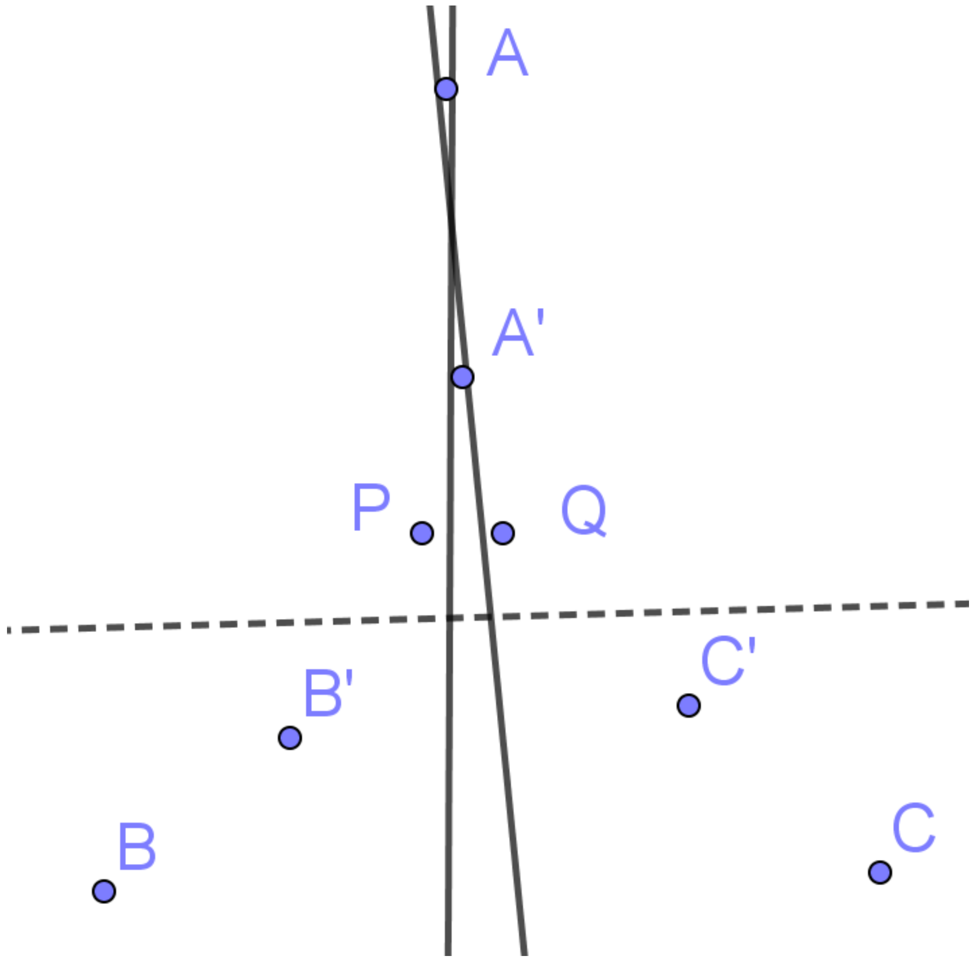
FELEZŐ EGYENESEK II.

2. Az előző feladatban kapott egyeneseket nevezzük felező egyeneseknek. Keressünk olyan hat pontból álló ponthalmazt, amit többféleképpen is el lehet felezni.

FELEZŐ EGYENESEK



FELEZŐ EGYENESEK



FELEZŐ EGYENESEK III.

3. Legyen S a sík pontjainak egy véges, legalább kételemű halmaza. Feltesszük, hogy az S halmaz semelyik három pontja sincs egy egyenesen. Egy szélmalomnak nevezett folyamat során kiindulunk egy ℓ egyenesből, amely az S halmaznak pontosan egy P pontját tartalmazza. Az egyenes a P forgástengely körül az óramutató járásával megegyező irányban forog addig, amíg először nem találkozik egy másik, S halmazba tartozó ponttal. Ekkor ez a Q pont lesz az új forgástengely, és az egyenes a Q pont körül forog tovább az óramutató járásával megegyező irányban egészen addig, míg újra nem találkozik egy S halmazba tartozó ponttal. Ez a folyamat vég nélkül folytatódik. Bizonyítsuk be, hogy megválaszthatjuk a $P \in S$ pontot és a P-n átmenő ℓ egyenest úgy, hogy az S halmaz minden pontja végtelen sokszor lesz a szélmalom forgástengelye.

FELEZŐ EGYENESEK

IMO 2011. 2. feladat

563 diák

1 – 345;	*2 – ?*	*3 – 51*
4 – 267;	*5 – 170;*	*6 – 6*

FELEZŐ EGYENESEK

IMO 2011. 2. feladat

563 diák

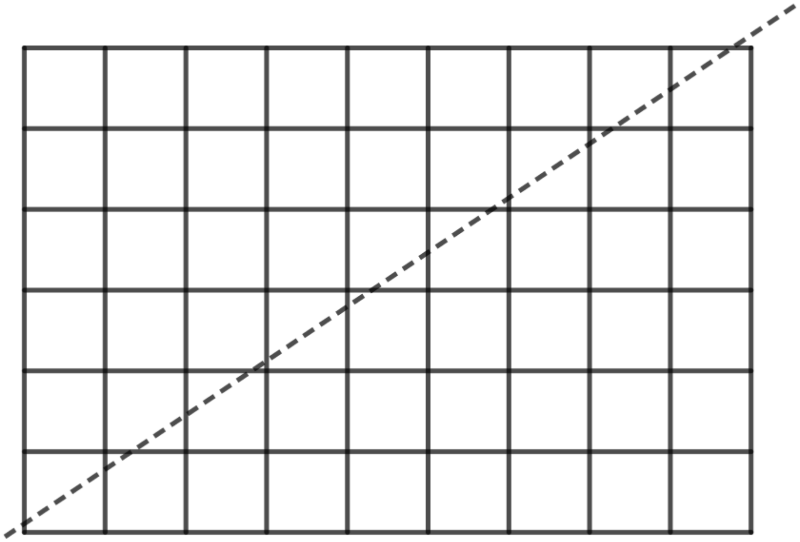
1 – 345;	*2 – 22*	*3 – 51*
4 – 267;	*5 – 170;*	*6 – 6;*

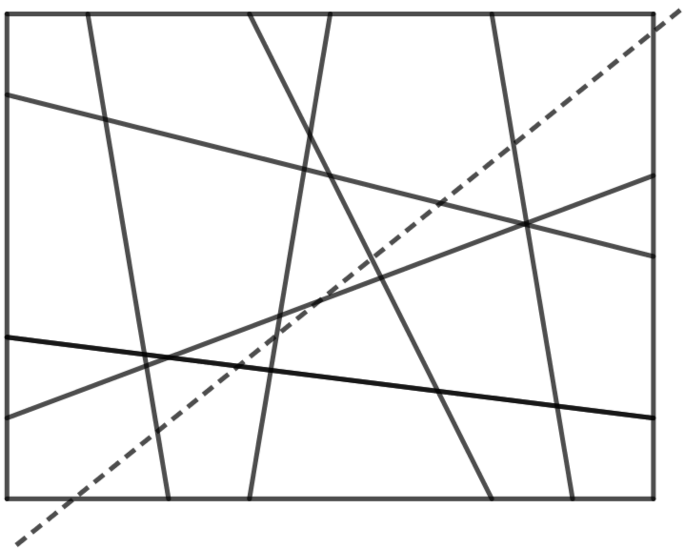
https://www.youtube.com/watch?v=M64HUIJFTZM&feature=youtu.be

ALMÁSPITE I.

4. Nagymama almáspitét süt egy téglalap alakú tepsiben. Egyik irányban 5, a másik irányban 8 vágással téglalap alakú részekre vágja a süteményt. Pistike a konyhakéssel egy egyenes mentén végigvághatja az almáspitét és azokat a szeleteket, amelyikbe belevág, megeheti. Legfeljebb hány rész juthat így Pistikének?

ALMÁSPITE





ALMÁSPITE II.

5. Legfeljebb hány részre osztja a síkot *n* egyenes ?

Jelölje *n* egyenes esetén a tartományok számát $t(n)$.

$t(0)=1$; $t(1)=2$; $t(2)=4$; $t(3)=$

ALMÁSPITE

$$t(n)=t(n\text{-}1)+n$$

$$t(n)=1+1+2+3+\ldots+n$$

$$t(n) = \frac{n(n+1)}{2} + 1$$

ALMÁSPITE III.

6. Legfeljebb hány részre osztja a síkot 10 kör?

ALMÁSPITE IV.

7. Kockacukrokból építünk egy $3\times4\times5$-ös téglatestet. Legfeljebb hány kockacukrot döfhet át egy egyenes?

ALMÁSPITE V.

8. Legfeljebb hány részre osztja a teret 10 sík?

$$s(n) = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} + n + 1$$

$$= \binom{n}{3} + \binom{n}{2} + \binom{n}{1} + \binom{n}{0}$$

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

SZÉCHENYI 2020
Magyarország Kormánya
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE