PÁZMÁNY
fides et ratio
Pázmány Péter Katolikus Egyetem
Információs Technológiai és Bionikai Kar

Katolikus Pedagógiai Intézet

# Középiskolai matematikatanárok szaktárgyi továbbképzése

2021. november 12.

fides et ratio

PÁZMÁNY

Pázmány Péter Katolikus Egyetem

**Információs Technológiai és Bionikai Kar**

# HOGYAN SZERVEZZÜNK BAJNOKSÁGOT?

2021. november 12.

**Dr. Dobos Sándor**

*Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium*

# 1. FELADAT

Szervezzünk körmérkőzéses bajnokságot hat csapat számára!

Minden csapat mindegyik másikkal egyszer játszik.

# 1. FELADAT

*Szervezzünk - szokatlan felszólítás!*

*Feladat szövege: hat ember egy szülinapon, ahol egy asztal van és ping-pong bajnokságot rendeznek, vagy focicsapatok bajnoksága fordulókba rendezve?*

# 1. FELADAT

Varációk a szervezésre:

- mérkőzések listája,
- táblázat,
- gráf.

# 1. FELADAT

Csapatok: A,B,C,D,E,F.
Lista:
AB,AC,AD,AE,AF,
BC,BD,BE,BF,
CD,CE,CF
DE,DF,
EF

*Hány mérkőzés lesz?*

# 1. FELADAT

Lista, fordulókba rendezve:

AB,CD,EF;

AC,BE,DF;

AE,CF,BD;

AF,DE,BC;

AD,BF,CE.

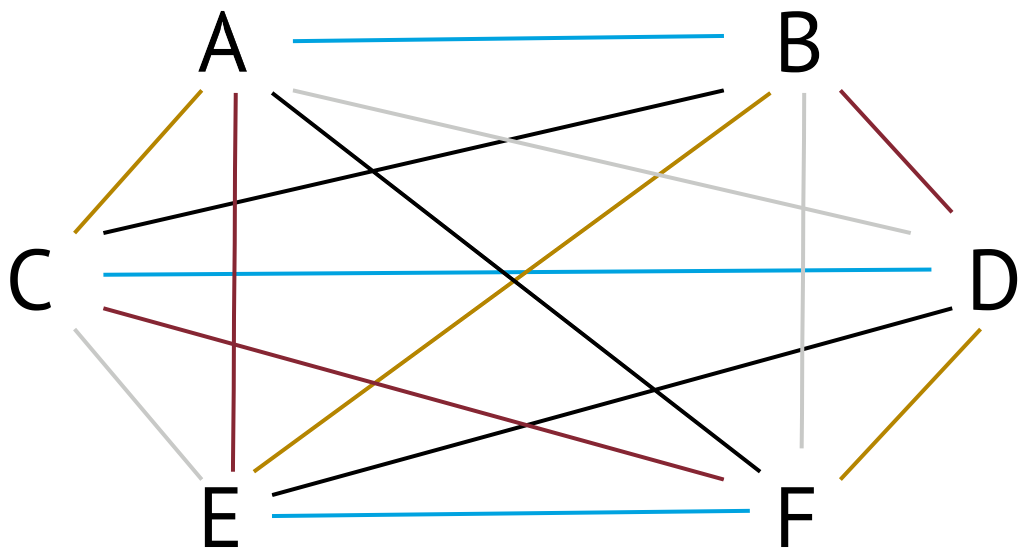
# 1. FELADAT

## Táblázat

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | x | 1.1. | 2.1. | | | |
| B | | x | | | 2.2. | |
| C | | | x | 1.2. | | |
| D | | | | x | | 2.3. |
| E | | | | | x | 1.3. |
| F | | | | | | x |

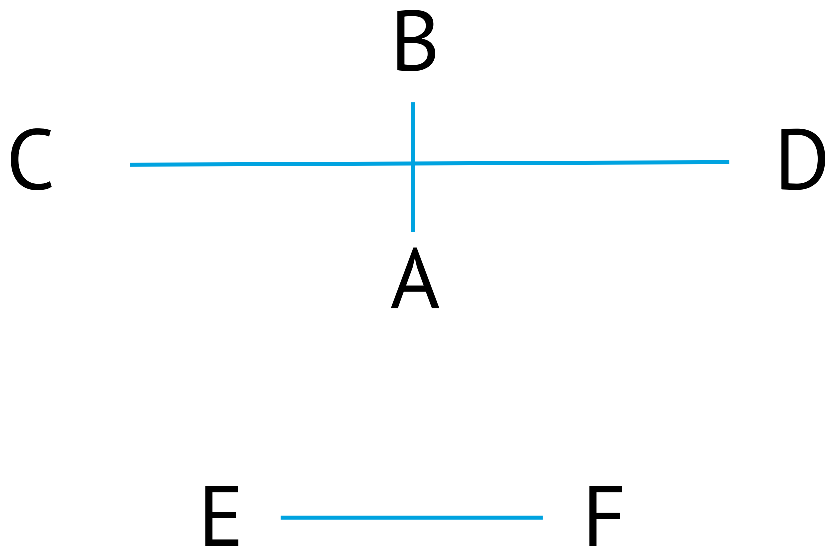
# 1. FELADAT

Gráf



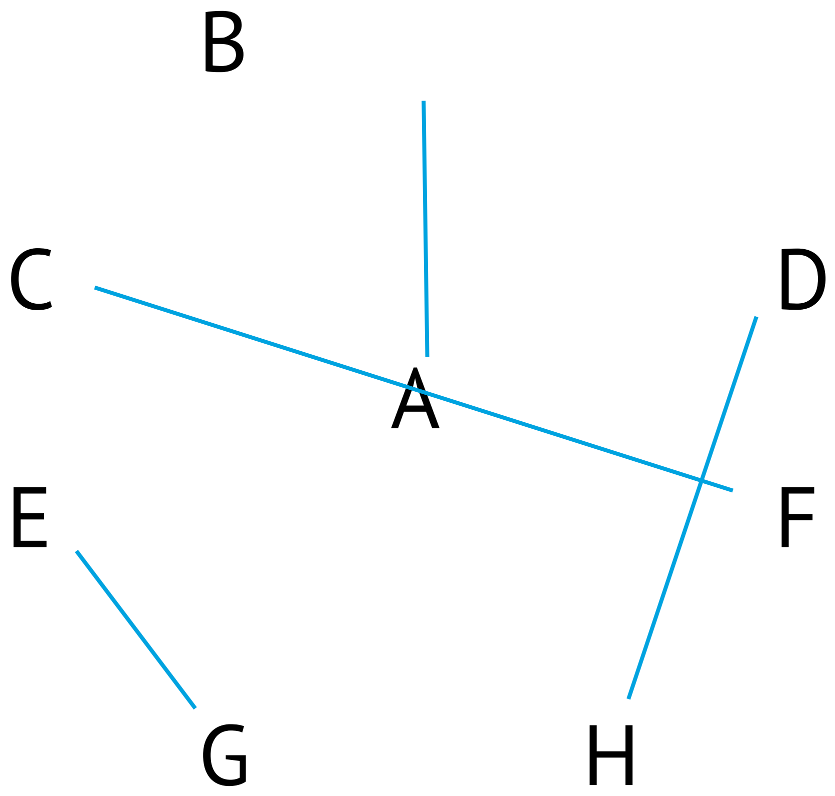
# 1.FELADAT

Szuper gráf!



# 1.FELADAT

8 csapatra




Ez is jó!

# 2.FELADAT

Az „ulti” nevű kártyajátékhoz 3 ember kell egy partihoz. Néhány ember akkor tud teljes ultibajnokságot szervezni, ha annak végén bármely két emberre igaz, hogy pontosan egy partiban vettek részt közösen.

Keressünk olyan 10-nél kisebb pozitív egész n számot, amelyre szervezhető teljes ultibajnokság n résztvevővel.

# 2.FELADAT

*Nincs szó fordulókról!*
*Lista, táblázat, gráf – melyik segíthet?*
*Felmerül-e, hány parti lesz?*

# 2.FELADAT

3 ember a minimum.

4 emberre nem szervezhető (A,B,C,D)

ABC, AD?, ☹

5 emberre nem szervezhető (gráf)

Mi a szervezhetőség szükséges feltétele n ember esetén?

# 2.FELADAT

(i): n-1 páros, azaz n=2k-1.

(ii): a párok száma osztható 3-mal, azaz n(n-1)/2 osztható 3-mal, tehát n, vagy n-1 osztható 3-mal.

n=6k+1, vagy n=6k+3

# 2.FELADAT

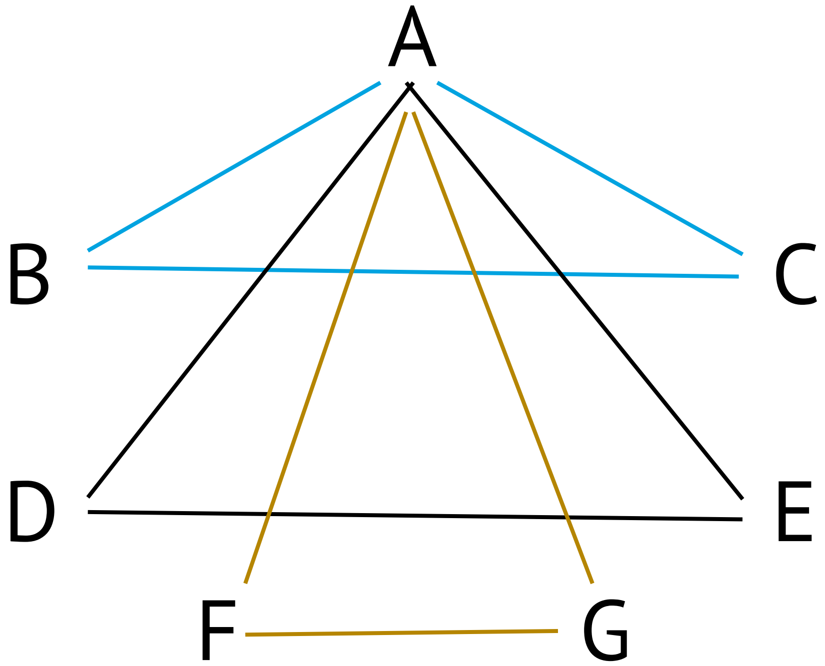
n=7

Lista:

ABC, ADE, AFG,    BDF, BEG,    CDG, CEF

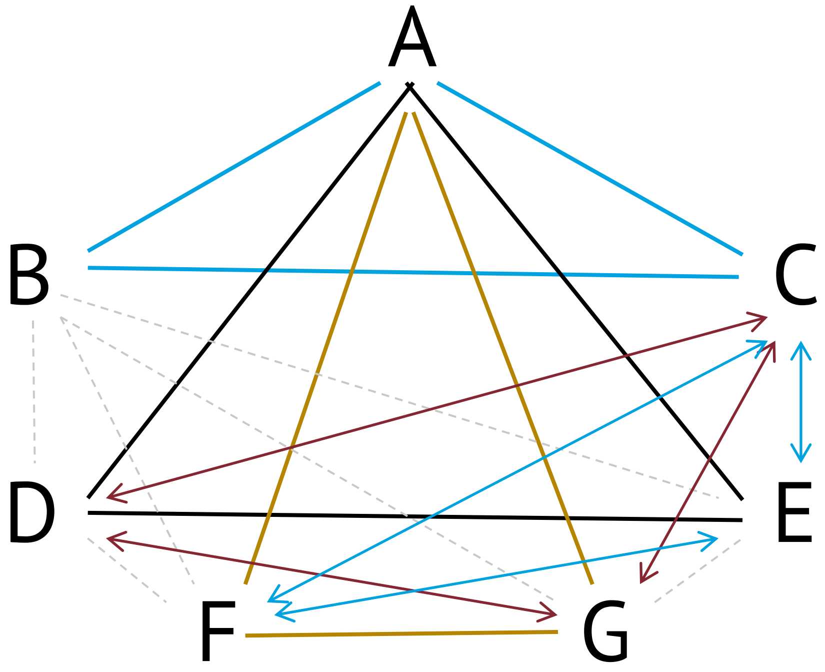
# 2.FELADAT

n=7, gráf



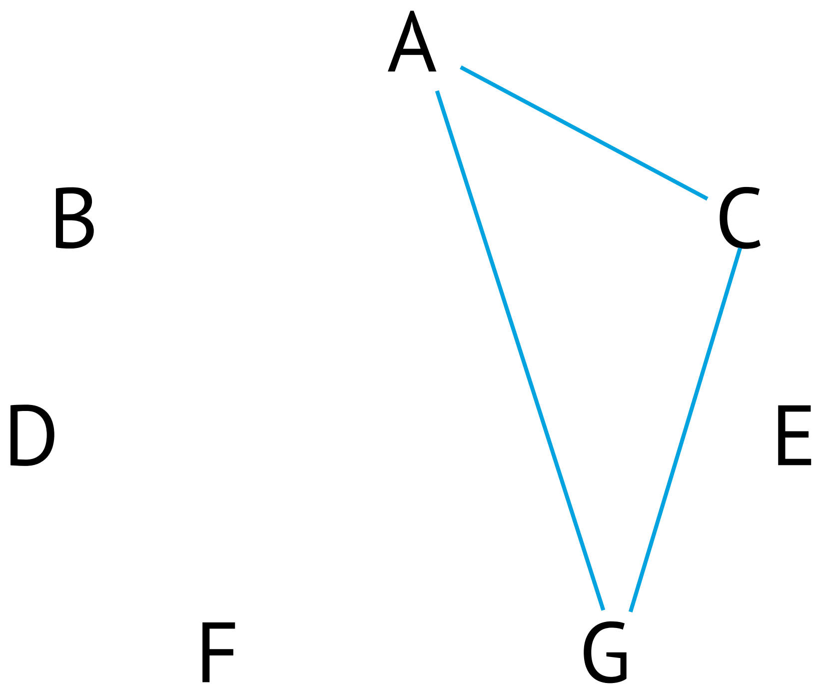
# 2.FELADAT

n=7, gráf



# 2.FELADAT

n=7, szuper gráf



# 2.FELADAT

n=9, lista,  jelöljék az embereket az 1-9 számok.

123,145,167,189,   (246,257 ☹, elakad)

# 2.FELADAT

n=9, lista,  jelöljék az embereket az 1-9 számok.

123,145,167,189,

246,258,279,

348,357,369,.....

*Nehéz áttekinteni!*

# 2.FELADAT

Lista és geometria, új nekifutás:

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

123, 456, 789 sorok

147, 258, 369 oszlopok

159, 267, 348 „átlók” (fő)

168, 249, 357 „átlók” (mellék)

*Fordulókba szervezett megoldást kaptunk!*

# 2.FELADAT

Új gondolat: bármely két emberhez egyértelműen rendelhető a harmadik, aki abban a partiban együtt játszik velük.

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

# 2.FELADAT

A konstrukció új gondolatot inspirál:

Kapjanak a versenyzők egy „rendszámot”: $(x;y)$,

a sor és oszlop helyzetének megfelelően. $x,y \in \{1,2,3\}$

Ki legyen az $(1;2)$ és $(3;2)$ partijában a harmadik?

# 3.FELADAT

Bizonyítsuk be, hogy egy konvex $3^n$-szög összes oldalából és átlójából álló szakaszrendszert hármas csoportokra lehet osztani úgy, hogy minden egyes csoportban a három szakasz egy háromszög-vonalat alkot.

Kürschák verseny 2002.3.

# 3.FELADAT

A sokszög csúcsai legyenek n dimenziós vekorok, minden koordináta az 1,2,3 számok valamelyike.

Két különböző csúcshoz tartozzon az $\underline{x}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ és $\underline{y}(y_1,y_2,\ldots,y_n)$ vektor.

A hozzájuk tartozó $\underline{z}$ harmadikat így kapjuk: ha $x_i$ és $y_i$ különböző, akkor $z_i$ legyen a harmadik lehetőség, ha $x_i$ és $y_i$ azonos, akkor legyen $z_i$ is ugyanez. $(i=1,2,\ldots,n)$

# 4.FELADAT

Salakmotoros versenyek

Szervezzünk salakmotoros versenyt n versenyző számára, ha egyszerre négyen motoroznak egy futamban és a verseny végén bármely két versenyző pontosan egy futamban motorozott együtt.

Keressünk kis n értékeket, amikor megszervezhető a verseny!

(Új matematikai mozaik 1. fejezet)

# 4.FELADAT

(i) n=3k+1

(ii) $\binom{4}{2} \mid \binom{n}{2}$

$\Rightarrow$ n=12k+1, vagy n=12k+4

A szóba jöhető kis n értékek a (triviális) 4, továbbá a 13 és a 16.

# 4.FELADAT

*A konstrukció elkészítése időigényes.*

*Előkészítettük, az n=13 sikerélmény!*

*Az n=16 kihívás!*

# 4.FELADAT

N=13, lista

1,2,3,4

| 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|
| 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 |

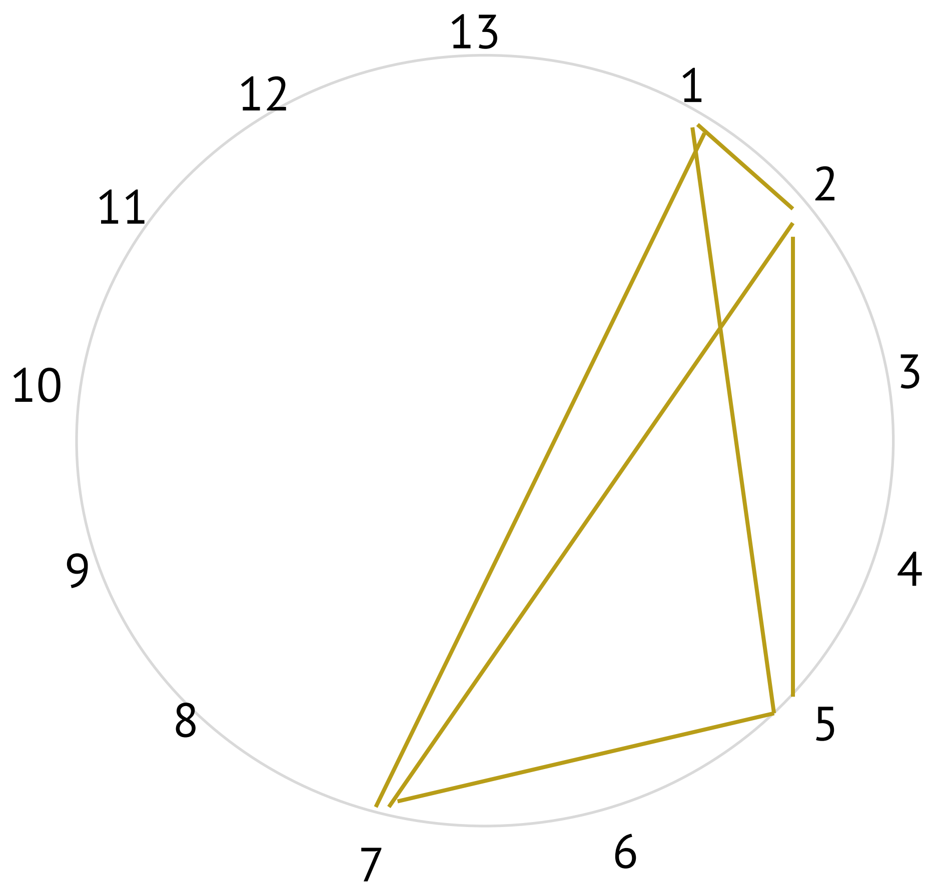
1,5,6,7
2,5,8,11
3,5,9,13
4,5,10,12

1,8,9,10
2,6,9,12,
3,6,10,11
4,6,8,13

1,11,12,13
2,7,10,13
3,7,8,12
4,7,9,11

# 4.FELADAT

N=13, szuper gráf



# 4.FELADAT

N=16

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

Sorok, oszlopok és 1,6,11,16 (főátló)

Innentől egyértelműen folytatható:

1,7,12,14, 1,8,10,15 stb

# KITEKINTÉS

Steiner hármasok

Véges geometriák: versenyzők a pontok, partik/futamok az egyenesek

Projektív és affin síkok

Latin négyzetek

n=16,  4 elemű test

# KITEKINTÉS

Ultibajnokság:

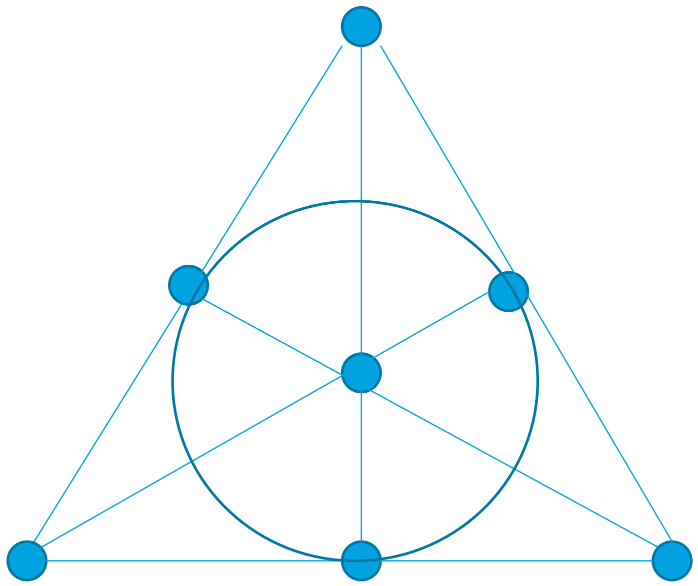
Minden pozitív egész k-ra szervezhető bajnokság $n=6k+1$ illetve $n=6k+3$ résztvevővel

(kivéve az $n=1$ esetet).

Steiner Triple System

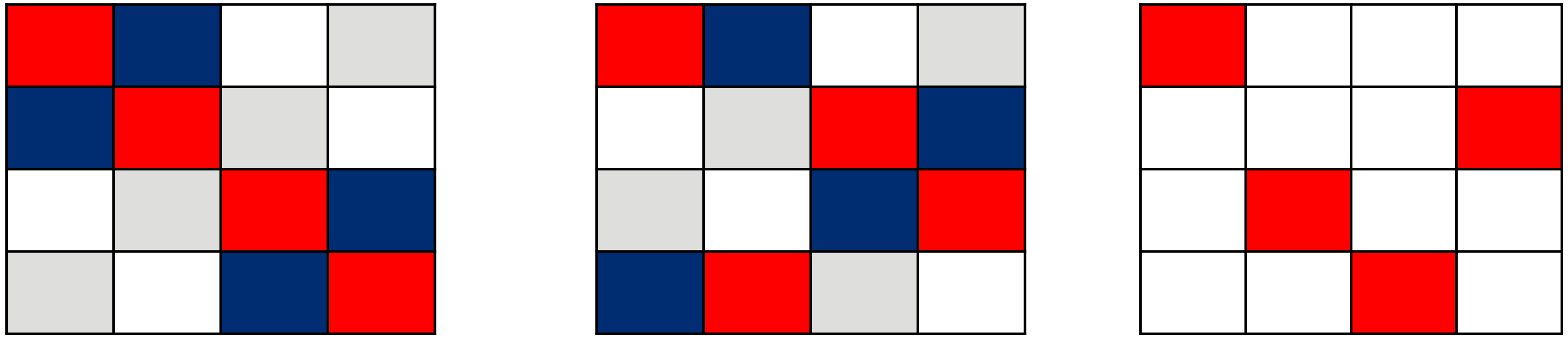
# KITEKINTÉS

Fano sík



# KITEKINTÉS

Latin négyzetek



# 5.FELADAT

Szervezzünk „salakmotoros” verseny mintájára olyan versenyt, ahol egy futamban 5-en vehetnek részt.

(n=5,  21,   25)

# 6.FELADAT

Szervezzünk ultibajnokságot $n=13$ és 15 esetén.

Mutassuk meg, ha szervezhető ultibajnokság $n$ és $m$ versenyzővel, akkor $n \cdot m$ versenyzővel is!

Mutassuk meg, ha szervezhető ultibajnokság $n$ versenyzővel, akkor $2n+1$ versenyzővel is!

# 7.FELADAT

Egy társas összejövetelen n ember vett részt. A társaság tagjai közül időnként leült három ember egy ultipartira. Hazamenetelkor megállapították, hogy bármely három ember legfeljebb egy partiban játszott együtt és bármely két ember pontosan két partiban vett részt együtt. Milyen n értékekre lehetséges ez, ha $3 < n < 9$?

OKTV II.kategória 2009-2010 döntő 3. feladat

# 8.FELADAT

Ha négy ember, (A,B,C,D) páros teniszbajnokságot rendez AB-CD, AC-BD és AD-BC beosztással, akkor bármely két ember egyszer játszik együtt és kétszer játszik egymás ellen.

Szervezhető-e ugyanezzel a tulajdonsággal bajnokság, ha az emberek száma

(a) 5; (b) 7; (c) 9?

Dürer 2016 február döntő D+ 5. feladata alapján

Köszönöm szépen a figyelmet!