



PÁZMÁNY

Pázmány Péter Katolikus Egyetem

Információs Technológiai és Bionikai Kar



*Katolikus
Pedagógiai
Intézet*

Középiskolai matematikatanárok szaktárgyi továbbképzése

2022. november 16.

BEC SOMAGOLT MATEMATIKA

HOSSZÚ SZÖVEGŰ FELADATOK MEGOLDÁSA

2022. november 16.

Tamásné Kollár Magdolna
(Pannonhalmi Bencés Gimnázium)

1. FELADAT

Ábrázold dobozdiagramon az adatsokaságot!

7,93	7,71	8,19	8,9	7,66	7,97	8,12	8,02
7,94	7,9	8,16	7,89	7,44	8,09	7,51	7,94

MEGOLDÁS:

7,44 7,51 7,66 7,71 7,89 7,90 7,93 7,94 7,94 7,97 8,02 8,09 8,12 8,16 8,19 8,9

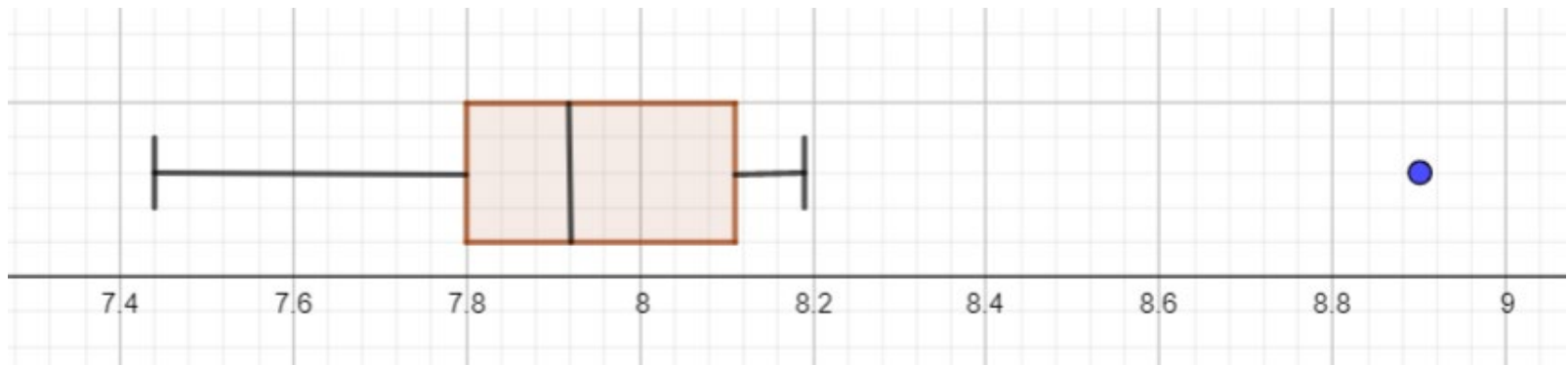
medián: 7,94

alsó kvartilis: 7,8

felső kvartilis: 8,105

minimum: 7,44

maximum: 8,9



1. FELADAT MÁSKÉNT

	m		m		m		m
1.	8,90	5.	8,09	9.	7,94	13.	7,71
2.	8,19	6.	8,01	10.	7,93	14.	7,66
3.	8,16	7.	7,97	11.	7,90	15.	7,51
4.	8,12	8.	7,94	12.	7,89	16.	7,44

Az atlétikai sportágak közül a férfi távolugrás világcsúcsának van a leghihetetlenebb története. Az 1968-as olimpián Mexikóvárosban Bob Beamon több, mint 70 cm-rel (!) ugrott távolabbra, mint mindenki más. 8,90 m-es ugrásával 55 cm-rel döntötte meg a korábbi világcsúcsot. Fantasztikus világcsúcsa szinte megdönthetetlennek tűnt. Azóta megengedett hátszél mellett egyetlen versenyen tudtak ennél nagyobbat ugrani, 1991-ben. A világcsúcs azóta 8,95 m. (2022-ben 8,36 m volt a győztes eredmény az atlétikai világbajnokságon.)

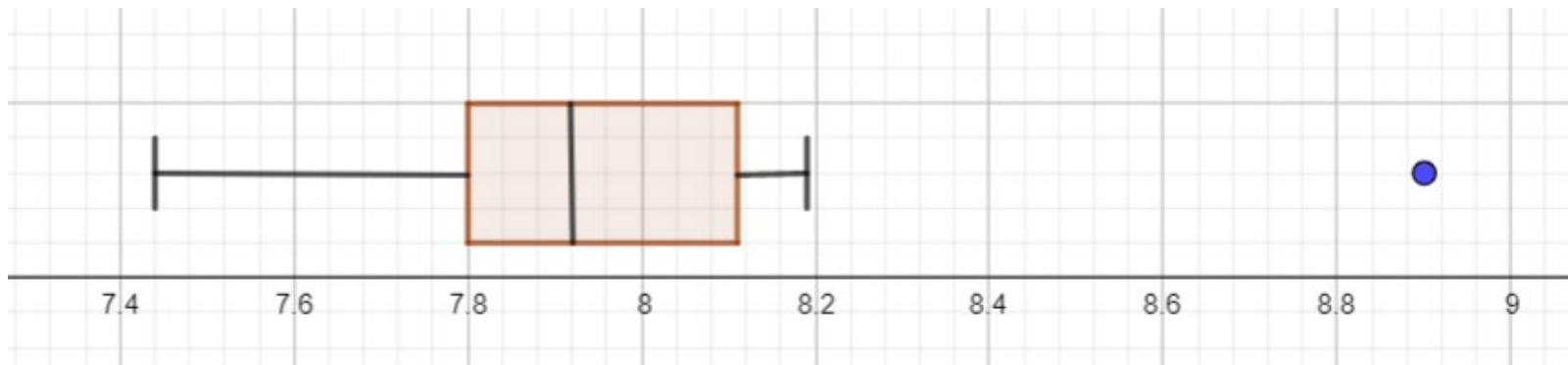
Ábrázold dobozdiagramon az 1968-as olimpia férfi távolugrás döntőjében született eredményeket!

BOB BEAMON

1968. MEXIKÓVÁROS



<https://www.youtube.com/watch?v=d9cqlo6Y1Zk>



MIT TETT HOZZÁ A SZÖVEG?

- Érdekes
- Élet közeli
- Elgondolkoztató

MOTIVÁCIÓ

Ennek feltétele:

*VALÓS
PROBLÉMAFEVETÉS*

SZÖVEGES FELADAT AKKOR JÓ, HA

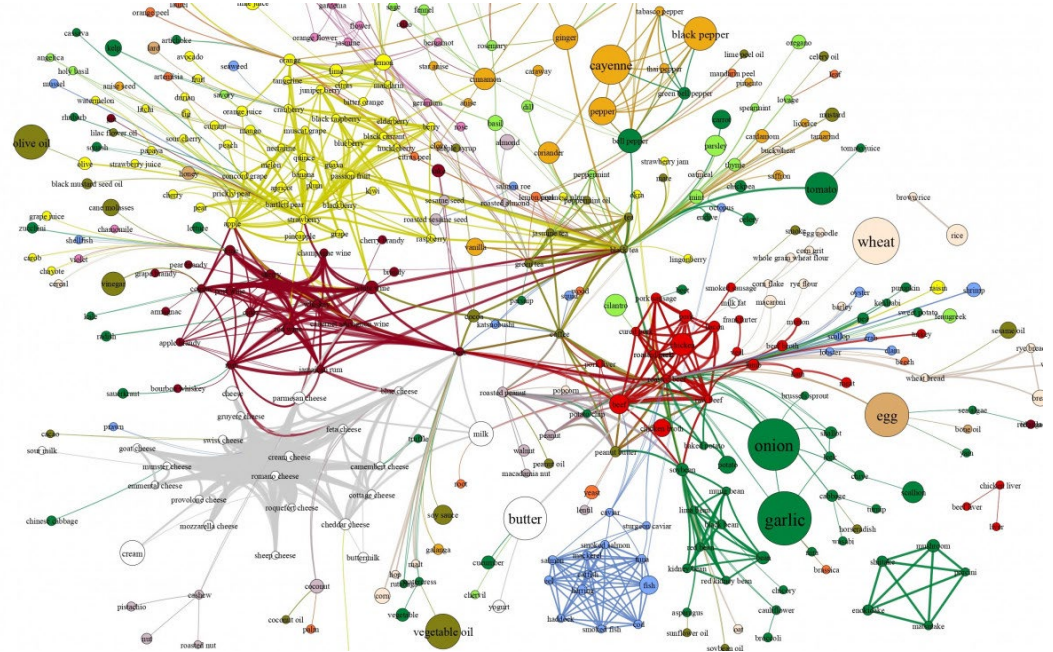
- Érdekes
- Lehetőleg valós, vagy ahhoz közeli
- Nem indokolatlanul hosszú
- Tagolt
- Van hozzá ábra, táblázat vagy kép

ELLENÉRVEK

- A szövegértést méri.
- Nagyon időigényes. Nincs rá idő.
- Nehéz rávenni a diákokat, hogy kezdjék el, majd küzdjék végig.
- Sok diák feladja.
- Már jól kellene tudni a lényegeket, az elvont matematikát, és sokan azt sem tudják. Azt lenne fontos megtanítani.

ÉRVEK

- Élet közelbe hozza a matematikát.
- Élő, aktuális tudományt mutat be.
- Összekapcsol a gyakorlattal, a hétköznapi élettel.
- A modell alkotást tanítja.
- A matematika tudást elmélyíti és pontosítja az, hogy új helyzetben kell felismerni és alkalmazni.
- Része az érettséginek.



„A matematika a **mintázatok tudománya**, s e mintázatokra mindenütt rábukkanunk, bármerre tekintünk is: a fizikai Univerzumban, az élővilágban vagy akár tulajdon elménkben.”

Keith Devlin A láthatatlan megjelenítése

KÉT IRÁNY

A mintázat megismerése

- Matematikai fogalmak, definíciók
- Tételek, bizonyítások
- Matematikai módszerek, eljárások



SZÉP

A mintázat felismerése

- Szöveges feladatok
- Modellalkotás
- A matematika alkalmazása



ALKOTÁS

EGY RÉGI SZÖVEGES FELADAT

B és C összesen 3400 forintot helyezett valamely vállalatba. B a tőke és egy évi kamat fejében visszakap összesen 2070 forintot. C a tőke és a 16 havi kamat fejében 1920 forintot. Hány forintot helyezett B a vállalatba?

Az írásbeli érettségi vizsgálat tételei az 1892-93. iskola év végén;

V. kerületi állami főreáliskola

eredeti szöveg;

forrás: KÖMAL 1893. december

B és C összesen 3400 forintot helyezett valamely vállalatba. B a tőke és egy évi kamat fejében visszakap összesen 2070 forintot. C a tőke és a 16 havi kamat fejében 1920 forintot. Hány forintot helyezett B a vállalatba?

Kérdések:

„Vállalatba helyezett” el pénzt.

Ez mit jelent?

Részvény?

Nem. (osztalék lenne, nem fix a hozam)

Hitel?

Nem. (azt pénzintézet adhatja)

KÖTVÉNY

?

Kamatos kamat vagy egyszerű kamatozás?

Ugyanaz a két kamatláb?

16 hónap

Hogyan kamatozik?

Az 1 év leteltekor kamatozik közben?

(B és C helyett két név szerepelne)

MAI SZÖVEG:

Barna és Csaba összesen 3400 forintot helyezett valamely vállalatba. Barna a szerződése értelmében egy év múlva kapja meg a neki járó pénzt: a tőke és egy évi kamat fejében visszakap összesen 2070 forintot. Csaba a szerződése értelmében egy összegben, 16 hónap múlva kapja meg a neki járó pénzt. A tőke és a 16 havi kamat fejében visszakap 1920 forintot. A két esetben az éves kamatláb megegyezik. Egyszerű kamatozás történik, a 16 hónapra járó kamat az éves kamat 1,25-szorosa.

Hány forintot helyezett B a vállalatba?

Megjegyzés: Ez úgy valósulhat meg, hogy Barna és Csaba vásárolnak a vállalat által kibocsájtott kötvényekből. A vállalat a szerződésben szereplő idő lejártával visszavásárolja a kötvényt és kifizeti a szerződésben szereplő kamatot.

MEGOLDÁS

$$b + c = 3400$$

$$b (1 + x) = 2070$$

$$\underline{c (1 + 1,25x) = 1920}$$

$$(3400 - c) (1 + x) = 2070$$

$$\underline{c (1 + 1,25x) = 1920}$$

$$4250 x^2 + 3142,5 x - 590 = 0$$

$$x_1 = 0,155 \quad x_2 = - 0,895$$

$$x = 0,155 \text{ (15,5\%)}$$

$$c = 1608 \text{ Ft}$$

$$b = 1792 \text{ Ft}$$

MIÉRT VANNAK HOSSZÚ SZÖVEGŰ FELADATOK?

- Fontosabb lett az alkalmazás.
 - Felismerni, milyen struktúrát (mintázatot) rejt
 - Modellt keresni, modellt alkotni
- Pontosabban kell megfogalmazni.
 - Bonyolultabb lett a környezetünk.
 - Van, ahol sok apró körülményt tisztázni kell.
- Nagyon hamar elhangzik a kérdés: mire való, miért tanuljuk?
- Motivációt hozhat.
- Van olyan terület, ahol kisebb súlyt kap a megoldási technika.
 - Ezt megoldja helyettünk a számítógép



NEHÉZSÉG

- Riasztó (túl nagy falat)
- Idő
- Szövegértés (van, akinek ez plusz nehézség)
- Türelem
- Elszánás
- Nyitottság

HOGYAN?

MI SEGÍTHET?

- ha nem haragszom rá
- ha van rá idő (hagyom, hogy olvassa el)
- többször kerül elő, néhány
- előkészítés
- fokozatosság

ELŐKÉSZÍTÉS

- feladatlap (munkatankönyv)
- beleírhat
- szöveg tagolása, alpontosítás, rész kérdések
- táblázat, ábra
- jelölések lerögzítése

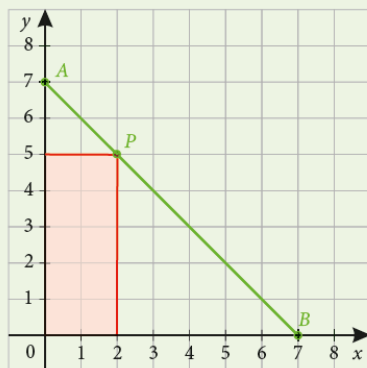
FOKOZATOSSÁG

9. OSZTÁLY

1  A Spedor nevű fuvarozó cég a következő képlettel számítja ki a szállítási díjat egy teherautó igénybevétele esetén: $f(x) = 2,5x + 8$. A képletben x jelöli a szállítás során megtett utat km-ben ($x \geq 0$), $f(x)$ pedig az érte fizetendő összeget tallérban.

- a) Hány tallérba kerül a szállítás 12 km távolságra [azaz mennyi az $f(12)$]?
- b) Mennyi a kiállási díj (amit a megrendelőnek akkor is meg kell fizetnie, ha végül nem veszi igénybe a szolgáltatást)?
- c) Hány km-t számlázott a Spedor, ha 53 tallért kellett fizetnünk?
- d) Ábrázold az $f: x \mapsto 2,5x + 8, x \geq 0$ függvényt!
- e) A Padlógáz nevű konkurens szállítócég így adja meg az ajánlatát: egy teherautó igénybevétele esetén, ha x km a megtett út, akkor az érte fizetendő összeg $3x$ tallér. Mekkora távolságok esetén kedvezőbb a Padlógáz ajánlata?

2  $A(0; 7)$, $B(7; 0)$, és a P pont az AB szakasz pontja.



- a) Írd fel azt a hozzárendelési szabályt, amellyel a zöld grafikon pontjait jellemezhetjük!
- b) Ha P első koordinátája x , akkor a második koordinátája az a) pontban talált szabállyal felírható. Írd fel ekkor a rózsaszín téglalap területét!
- c) Jelöld ki az AB szakaszon lévő valamennyi rácspont segítségével létrehozható téglalapot, és számítsd ki ezek területét! Melyik téglalap a legnagyobb területű az előbbieket közül?

FÜGGVÉNYTAN

3  A grafikon egy bankszámlán lévő összeg alakulását mutatja az idő függvényében.

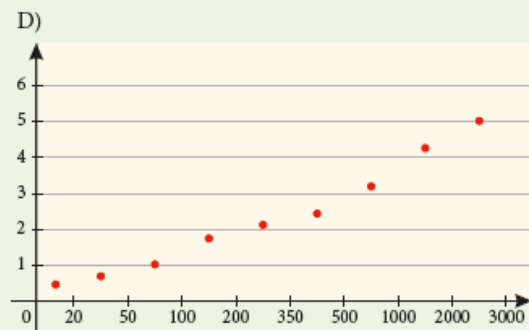
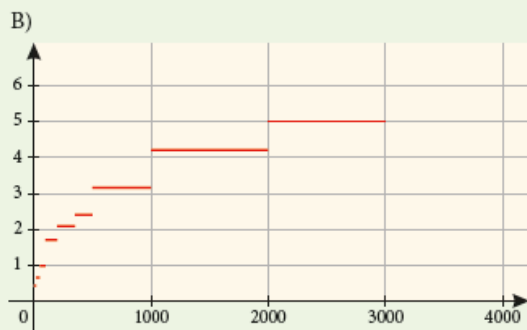
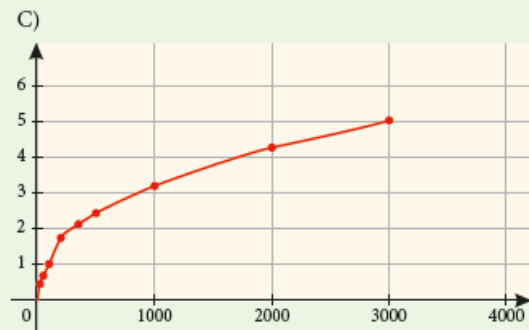
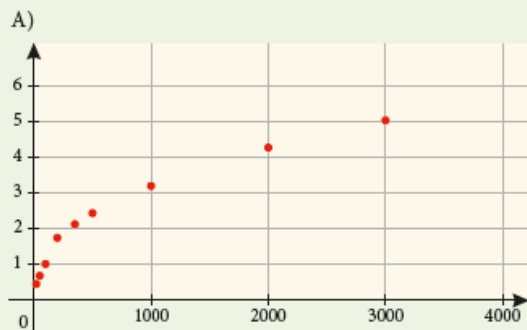


- a) Mekkora a hetenkénti növekedés az utolsó szakaszban?
- b) Mi az itt szereplő függvény értelmezési tartománya, értékkészlete és hozzárendelési szabálya?
- c) Lineáris-e a bankszámlán lévő összeg és a számlára helyezés óta eltelt idő kapcsolata?

4. Zedországban a postai díjak a küldemények tömegétől függnek a mellékelt táblázat szerint:

Tömeg (egész grammra kerekítve)	Díj
20 g-ig	0,46 zed
21 g–50 g	0,69 zed
51 g–100 g	1,02 zed
101 g–200 g	1,75 zed
201 g–350 g	2,13 zed
351 g–500 g	2,44 zed
501 g–1000 g	3,20 zed
1001 g–2000 g	4,27 zed
2001 g–3000 g	5,03 zed

- a) Az alábbi grafikonok közül melyik mutatja legjobban a postai díjszabást Zedországban?
(A vízszintes tengelyen a tömeg grammokban, a függőleges tengelyen a díj zedben van ábrázolva.)



- b) Gyurka két levelet akar küldeni (Zedországból) egy barátjának. A levelek tömege 40 g, illetve 80 g.
A zedországi posta díjszabása alapján dönts el, melyik esetben kell kevesebbet fizetnie Gyurkának: ha egy borítékban adja postára a két levelet, vagy ha külön-külön adja postára őket! Támaszd alá számolással az állításodat!



10. OSZTÁLY

FÜGGVÉNYTAN

- 3**  Egy matematikai modell szerint ha egy terepjáró 1 liter üzemanyaggal x km-t képes megtenni, akkor a terepjáró szén-dioxid-kibocsátása 50 000 km-en, kg-ban mérve: $d(x) = 200x^2 - 5200x + 44\,000$. Ez a matematikai modell akkor érvényes, ha $4,8 \leq x \leq 13,2$.



A matematikai modell alapján elemezd a terepjárók szén-dioxid-kibocsátását!

- a)** Hány liter üzemanyagot fogyaszt 100 km-en az a terepjáró, amely 1 liter üzemanyaggal 4,8 km-t képes megtenni? És az, amelyik 13,2 km-t?
- b)** A modell szerint hány km-t képes megtenni 1 liter üzemanyaggal az a terepjáró, amelyik a legkevesebb szén-dioxidot bocsátja ki? Hány liter üzemanyagot fogyaszt 100 km-en ez a terepjáró?
- c)** Hány kilogramm szén-dioxidot juttat a légkörbe 50 000 km-en a legkevesbé szennyező terepjáró? És az, amelyik a legtöbb szén-dioxidot bocsátja ki?

4 Veszélyes hulladék megsemmisítése

Egy amerikai államban egy tanulmány részeként a veszélyes hulladékok kezelésével is foglalkoztak. A veszélyes hulladéknak a PCP (pentaklórfenol) eltávolítása céljából történő kezelési költsége növekszik az eltávolított PCP mennyiségének növekedésével. Egy **matematikai modell** szerint ha naponta x kilogramm PCP-t távolítanak el, akkor a költség dollárban kifejezve:

$$k(x) = 2000 + 100x^2.$$



Az állam PCP-kilogrammonként 500 dollárt átvállal a költségekből.

Elemezzük a nettó (az állami hozzájárulás következtében kialakuló) költséget a **matematikai modell** alapján, a naponta megsemmisített PCP mennyiségének függvényében!

a) Ábrázold közös koordináta-rendszerben, hogy x kg PCP megsemmisítése esetén :

- Hogyan alakulnának a költségek, ha nem lenne hozzá állami támogatás?
- Hogyan alakulnak a költségek az állam támogatásával?

Válassz olyan egységeket a vízszintes és a függőleges tengelyekre, hogy szemléletesek legyenek a grafikonok!

b) Hány kg PCP megsemmisítése esetén lesz a napi költség a legkisebb? Mekkora ez a legkisebb napi költség?

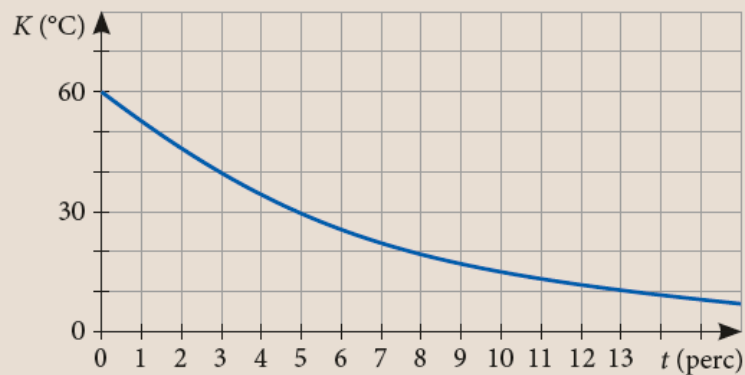
c) Mire tudnál még következtetni a költségekre felírt $k(x)$ függvényből?

11. OSZTÁLY

FÜGGVÉNYTAN

3.

A Newton-féle hűlési törvény értelmében egy test és a környezetének hőmérséklete közötti különbség (K) időben exponenciálisan csökken. Egy $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű szobában az asztalon hagyott, kezdetben $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű csésze kávé hűlése modellezhető a $K(t) = 60 \cdot 0,87^t$ függvénnyel, ahol K a kávé és a szoba hőmérséklete közötti különbség, t pedig az eltelt idő, percekben mérve. Kezdetben a hőmérséklet-különbség $80 - 20 = 60\text{ }(^{\circ}\text{C})$, azaz $K(0) = 60$.



- a) Negyedóra eltelte után hány fok lesz a hőmérséklet-különbség a kávé és a szoba hőmérséklete között?
- b) Negyedóra elteltével hány fok lesz a kávé hőmérséklete?
- c) Mennyi idő alatt csökken a felére az eredetileg $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os hőmérséklet-különbség?
- d) Milyen forró lehetett a kávé a mérés kezdete előtt 5 perccel?
- e) Hány perc alatt hűl a kávé hőmérséklete $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ alá?

12. OSZTÁLY FÜGGVÉNYTAN

(2022 MÁJUS, EMELT SZINT)

A közúti forgalomban gyakran előfordul, hogy egy autónak hirtelen meg kell állnia. Száraz útviszonyok között jellemzően $7,5 \text{ m/s}^2$ egy autó lassulása.

Ebben az esetben a pillanatnyi sebességet a megtett út függvényében leíró összefüggés:

$v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot x}$, ahol x a fékezés megkezdésétől mért út hossza méterben, v_0 pedig a fékezés megkezdésekor az autó sebessége m/s-ban.

- a) Egy autó (száraz útviszonyok között) 18 m/s sebességgel halad, amikor megkezd a fékezést. Meg tud-e állni az útra kigurult labda előtt, ha a labda ekkor 20 méter távolságra van tőle?
- b) Balesetek vizsgálatok a szakértők a féknyom hosszából állapítják meg az autó sebességét, mellyel a fékezés megkezdésekor haladt. Egy autó (száraz útviszonyok között) a fékezés megkezdésétől kezdve a teljes megállásig 40 méteres féknyomot hagyott. Hány m/s volt az autó sebessége a fékezés megkezdésekor?

Az akadály észlelésétől az autó megállásáig megtett út a **féktávolság**. Ez két részből tevődik össze: a **sofőr reakcióideje alatt megtett útból** és a **fékútból**.

A sofőr reakcióideje az észlelés és a fékezés megkezdése között eltelt idő; ezalatt az autó változatlan sebességgel halad. A fékezés megkezdésétől az autó megállásáig megtett utat nevezzük fékútnak.

Havas, jeges úton $1,5 \text{ m/s}^2$ -re csökken a lassulás, ekkor a fékezés során a pillanatnyi sebességet leíró összefüggés alakja megváltozik: $v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 1,5 \cdot x}$.

- c) Tegyük fel, hogy egy sofőr reakcióideje $0,8$ másodperc. Számítsa ki, hogy mekkora a száraz útviszonyok között 15 m/s (54 km/h) sebességgel haladó autó **féktávolsága**! Havas-jeges úton haladva mekkora sebesség esetén lesz ugyanekkora a féktávolság?

1. Olvasd el egyben!
2. Olvasd el a bevezetést és az a) részt!
3. Milyen adat van megadva? (v_0 és x)

4. Fogalmazd meg a kérdést másként!

$v(x)$ nagyobb-e, mint 0?

5. A b) részt próbáld egyedül!

$v(x) = 0$, $x = 40$; $v_0 = ?$

6. Olvasd el a c) részt!

7. A féktávolság két részből áll.

Fogalmazd meg, melyek ezek!

Melyiket könnyebb kiszámolni?

8. Reakció idő alatt megtett út...

9. Fékút...

10. Megoldás...

TANULSÁGOK

MIRE SZÁMÍTHATUNK AZ ÉRETTSÉGIN?

Olvasd el figyelmesen, olvasd el még egyszer!

Nem ez a legnehezebb feladat típus!

Azonosítsd be, hogy melyik adat minek felel meg a képletben!

A pontszám mutatja a nehézséget.

Az első (kevés pontot érő) alpont segít a megértésben.

Nem kell hozzá plusz ismeret, minden le van írva, ami kell a megoldáshoz.

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	16 pont	

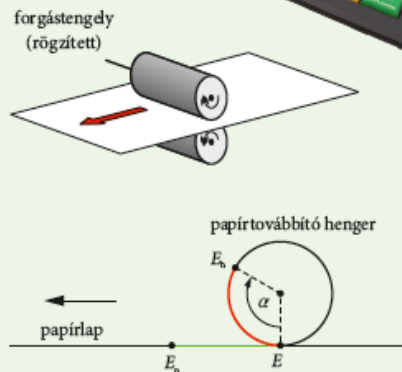
GEOMETRIA

10. OSZTÁLY

érdekes
egyszerű
kép
szakábra
részletek
több kérdés

(egyénileg vagy
pármunkában)

1. A mindennapok során gyakran előforduló technikai feladat egy papírlap egyenletes mozgatása (például számítógéphez csatlakozó nyomtatók, pénztárgépek nyomtatóegységei, írógépek). A mechanikus megoldások igen egyszerű alapelven működnek: a papírtovábbítást forgó henger (hengerek) segítségével oldják meg. A papírlaphoz tapadó henger forgása közben mozgásba hozza („tolja”) a papírlapot.



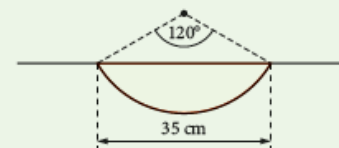
Ha a papírlap nem csúszik meg, akkor az EE_n ív hossza egyenlő az EE_p szakasz hosszával (előző ábra). A nyomtatókban a henger forgását elektronika szabályozza.

Egy nyomtatóban a papírtovábbító henger átmérője 15,6 mm. A papíron 10 kinyomtatott sor és 10 sorköz együtt 49 mm.

- a) Hány fokos szögelfordulásra ad parancsot az elektronika, ha egy sor kinyomtatásának befejezése után a következő sor nyomtatását kell megkezdeni?

- b) Az A/4-es papírlap hossza 297 mm. Hány fokot fordul el a papírtovábbító henger, amíg a teljes lapot továbbítja? Hány teljes fordulatot tesz meg?
- c) Az első sor nyomtatásának megkezdésétől számítva hányadik sor kinyomtatásakor lesz a papírtovábbító henger elfordulása összesen 540° ?
- d) Egy másik nyomtatóban a papírtovábbító henger átmérője 20,4 mm. Hány mm-rel tolta előre ez a henger a papírt, amíg 154° -ot fordult el?
- (A fent leírt elv alapján működnek még a szállítószalagok és a mozgólépcsők is. Ezeknél a továbbító henger állandó, egyenletes forgása a követelmény.)

2. Majd 100 éves paradicsompasszírozó látható a fényképen. Ennek a tartályát 24 cm széles, téglalap alakú, lyukacsos fémlapból hajlították úgy, hogy végül hengerfelületet formázzon.



- a) Körülbelül hány centiméter hosszúságú téglalapról volt szükség az ábrán megadott méretű passzírozó szerkezet fémlapjának kialakításához?
- b) Mekkora területű a passzírozó körszelet alakú oldalfala?

ESEMÉNYEK 12. OSZTÁLY

KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI IDEGEN NYELVEN, 2022



- Kitölthető táblázat
- Tagolt szöveg
- Konkrét eset leírása
- Egyszerű eset az a) pontban
- Kétféle módon variálja tovább

Órai feldolgozás során:

- előtte rövid feladatok
- egyéni munka
- d) részt máskor

Andrea és Balázs *kockarulettet* játszanak. Egy játék abból áll, hogy két szabályos dobókockával egyszerre dobnak. A dobás előtt a játékszervényen megadott öt eseményre lehet fogadni úgy, hogy a játékosok minden játék előtt beírják a tétjeiket a játékszervény megfelelő oszlopába. A tétként feltett pontokat levonják a játékos pontszámából. A szervényen látható az egyes eseményekre a nyereményszorzó is, ami megmutatja, hogy a tétként feltett pontok hányszorosát kapják meg nyereményként, amennyiben az esemény bekövetkezik.

A játékosok 100 ponttal indulnak. A lenti ábrán Andrea játékszervényét látjuk. Az 1. játékban 10-10-10 pontot tett fel három eseményre, és ezek után az 1 és 4 számokat dobták a kockákkal. Andrea az első téttel nem nyert, de a másik kettővel $3 \cdot 10$, illetve $2 \cdot 10$ pontot nyert. Összesen 30 pontot tett fel, és 50 pontot nyert, tehát az 1. játék után 120 pontja lett, ennyivel kezd a 2. játékot.

ESEMÉNY	nyeremény- szorzó	TÉTEK		
		1. játék	2. játék	3. játék
A: két páros számot dobunk	4	10		
B: az egyik szám páros, a másik páratlan	3	0		
C: a számok összege kisebb, mint 6	3	10		
D: a számok szorzata páros	2	10		
E: dobunk 6-ost	3	0		
összes tét		30		
nyeremény		50		
pontszám a játék után		120		
dobott számok		1, 4		

- a) A 2. játékban Andrea ugyanerre a három eseményre fogadott 20-20-20 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Melyik számokat dobták a 2. játékban, és mennyi lett Andrea pontszáma a 2. játék után?
- b) A 3. játékban Andrea az első három eseményre fogadott 10-10-10 ponttal, de egyikkel sem nyert. Melyik számokat dobhatták a 3. játékban?
- c) Balázs az egyik játékban az A, a D és az E eseményre fogadott összesen 70 ponttal, és mindhárom tétjével nyert. Az E eseményre éppen kétszer annyi tétet tett, mint az A-ra. Hány ponttal fogadott Balázs az A eseményre, ha összesen 200 pont lett a nyereménye?
- d) Egy másik napon már három, különböző színű szabályos dobókockával dobtak egyszerre. Az új játékhoz új eseményeket találtak ki, az egyik esemény ez volt:

Dobunk 5-öst.

Számítsa ki ennek az eseménynek a valószínűségét!

VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS (10. ÉS 11. OSZTÁLY)

Egy területfoglalás társasjátékban a játékos egyszerre két dobókockával dob, és a kockadobás eredménye határozza meg, hogy mennyi a védekező ereje. Ha a két dobás értéke különböző, akkor a nagyobbik dobás értéke számít, ha pedig a két dobás azonos, akkor ez a közös érték lesz a védekező erő. (A védekező erő így az 1, 2, 3, 4, 5, 6 érték valamelyike.)

Írd be a táblázatba, hogy az egyes elemi események esetén mennyi a játékos védekező ereje!

Mennyi a valószínűsége, hogy két dobókockával dobva a játékos védekező ereje

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| a) 5; | c) 3; |
| b) legalább 5; | d) kisebb, mint 3? |

Egy területfoglalás társasjátékban az ütközetek kimenetelét kockadobással döntik el. Mindkét játékos katonai ereje az 1, 2, 3, 4, 5, 6 értékek valamelyike lesz. Ha egy játékos több kockával dob, akkor a dobások maximuma határozza meg a katonai erőt, azaz különböző dobások esetén a legnagyobb dobás számít, egyenlőség esetén a közös maximális érték számít. Fontos tehát, hogy melyik játékos hány dobókockával dobhat.

Az egyik játékos három dobókockával dobhat.

- a)** Sorold fel azokat a dobásokat, amelyek esetén a katonai ereje 2 lesz! (Ne felejtse el megkülönböztetni a kockákat!)
- b)** Ha különbözők a dobókockák, akkor hány olyan dobás van, amely esetén a katonai erő 3?
- c)** Mennyi a valószínűsége, hogy a katonai ereje 2 lesz?
- d)** Mennyi a valószínűsége, hogy a katonai ereje 3 lesz?
- e)** Mennyi a valószínűsége, hogy a katonai ereje 4 lesz?

SEGÍT-E A SZÖVEG? (KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI IDEGEN NYELVEN, 2017)

Egy tanulókísérleti órán a diákok a nehézségi gyorsulást (g) mérték egy úgynevezett ejtőgép segítségével. Az ejtőgép csövébe egy méréshez 10 egyforma vasgolyót töltenek, melyek egymás után esnek ki a csőből. A 10 golyó leesésének összidejéből számolható a g értéke.

Az órán öt mérőpár dolgozott, minden pár nyolc sikeres mérést végzett. Az egyik mérőpár a következő értékeket kapta:

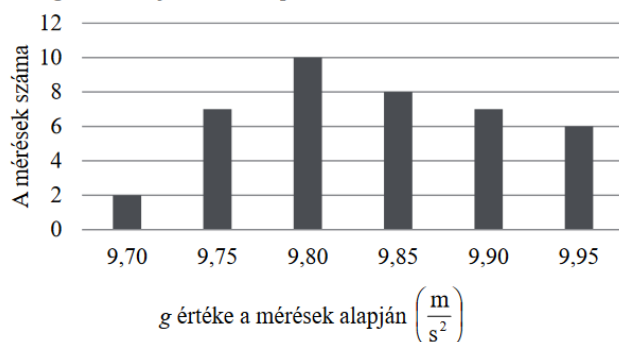
$$9,90; \quad 9,95; \quad 9,70; \quad 9,85; \quad 9,80; \quad 9,95; \quad 9,75; \quad 9,90 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

A nyolc mérésből álló méréssorozat ezzel az eszközzel akkor

számít jónak, ha a kapott nyolc mérési eredmény szórása legfeljebb $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) Jónak számít-e a fenti méréssorozat?

Az alábbi diagram mutatja az öt mérőpár összesen 40 sikeres mérésének eredményét.



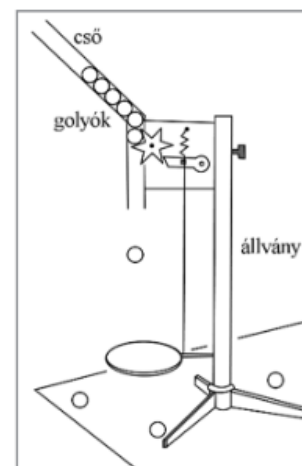
b) Adja meg a 40 mérési eredmény átlagát és mediánját!

Az egyik mérőpár készletéből hiányzott két vasgolyó, melyeket két egyforma rézgolyóval helyettesítettek.

c) Hányféle sorrendben tölthető a csőbe a 10 golyó, ha a két rézgolyó nem kerülhet egymás mellé, és az azonos anyagból készült golyókat nem különböztetjük meg egymástól?

Egy mérési folyamat során előfordulhat, hogy a 10 golyó egyike beragad. Ekkor ez a mérés sikertelen. Tudjuk, hogy 0,06 annak a valószínűsége, hogy egy mérés sikertelen.

d) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 40 mérés mindegyike sikeres lesz!



PONTOS MEGFOGALMAZÁS KELL

EMELT SZINTŰ ÉRETTSÉGI, 2021

Egy nyomozás során fontossá vált felderíteni azt, hogy az A, B, C, D, E, F hattagú társaság mely tagjai ismerik egymást, azaz milyen a társaság *ismeretségi hálója* (ismeretségi gráfja).

(Az ismeretség bármely két tag között kölcsönös. A társaság két ismeretségi hálója akkor különböző, ha van két olyan tag, akik az egyik hálóban egymásnak ismerősei, de a másikban nem.)

A nyomozás során az már bizonyítottá vált, hogy A -nak 5, B -nek 4, C -nek 3 ismerőse van a társaságban. Ennél többet azonban nem sikerült kideríteni, így aztán D, E és F egymás közötti ismeretségeiről sincs még semmilyen információ.

a) Hányféle lehet a D, E, F csoport ismeretségi hálója?

A friss bizonyítékok szerint a D, E, F csoportban mindenki ismeri a másik két személyt.

b) Az összes eddigi (a korábban és a frissen beszerzett) információt figyelembe véve hányféle lehet az A, B, C, D, E, F hattagú társaság ismeretségi hálója?

A további információk kiderítése érdekében a hattagú társaság tagjait 3 fős csoportokba szervezve hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen.

c) Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni?

KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI 2020 OKTÓBER

Több külön feladat

A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört” kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

- a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során!

A Naprendszer Naptól legtávolabbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távolságra van a Naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

- b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normálalakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300 000 km-t tesz meg.)

A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz. Egy földrajzdogozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Naphoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a megmaradt helyekre.

- c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat!

A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Kétszer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

- d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik kihúzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, visszatevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.)

MÁR RÉGEBB ÓTA HOSSZABB A SZÖVEG

(Érettségi feladat nyomán, 2006)

A szociológusok az országok statisztikai adatainak összehasonlításánál a születéskor várható élettartam kiszámítására használják a következő tapasztalati képletet: $\bar{E} = 75,5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000 - G}{6090}}$.

A képletben $\bar{E}$ a születéskor várható átlagos élettartam években, G pedig az ország egy főre jutó nemzeti összterméke (a GDP) reálértékben, átszámítva az USD 1980-as árfolyamára.

- a) Mennyi volt 2005-ben a várható élettartam abban az országban, amelyben akkor a G nagysága 1090 USD volt?
- b) Mennyivel változhatott ebben az országban a várható élettartam 2020-ra, ha a gazdasági előrejelzések szerint ekkorra a G értéke a 2005-ös szint háromszorosára nő?
- c) Egy másik országban 2005-ben a születéskor várható átlagos élettartam 68 év. Mekkora volt ekkor ebben az országban a GDP (G) nagysága (reálértékben, átszámítva az USD 1980-as árfolyamára)?

Az információ olyan alapfogalom, ami nem vezethető vissza további fogalmakra. Az információt egy jelkészlet elemeiből kirakott jelsorozat hordozza – ezzel a megközelítéssel elérhető, hogy mérhető mennyiségként értelmezzük.

A Claude Shannon és Ralph Hartley által kidolgozott matematikai elmélet szerint egyetlen p valószínűségű elemi esemény I információtartalma a Shannon-képlet szerint:

$$I = -\log_2 p.$$

Egy N elemű jelkészletből kirakott n hosszúságú jelsorozat (feltéve, hogy a jelek előfordulási valószínűsége egyforma) H információértéke a Hartley-formula alapján:

$$H = n \cdot \log_2 N.$$

- a) Határozd meg annak az eseménynek az információtartalmát, amelynek előfordulási valószínűsége $\frac{1}{8}$, valamint annak az eseménynek, amelynek valószínűsége $\frac{3}{7}$!
- b) Mekkora az információértéke a 24 betűs ábécéből kirakott 10 karakterből álló jelsorozatnak?
- c) Mekkora az információértéke egy 4 számjegyből álló PIN-kódnak?

(Érettségi feladat, 2011)

Újsághír: „Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.” A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés: $M = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E$. Ebben a képletben E a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), M pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

- a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1,344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel?
- b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia?
- c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban?

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

Tamásné Kollár Magdolna

Pannonhalmi Bencés Gimnázium